ISSN 2658-5014 (Print)
2022. Т. 4, № 2 (9). С. 56–62
СИИТ
СИСТЕМНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
ISSN 2686-7044 (Online)
http://siit.ugatu.su

УДК 519.83
doi 10.54708/26585014_2022_42956

Использование эластичности спроса для поиска равновесия в задаче Бертрана

М. С. Тимеряева [1], А. Р. Ураков [2]

[1] mariya-evd@mail.ru, [2] urakov05@gmail.com

[1] ООО «Глоубайт. Аналитические решения»
[2] ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Поступила в редакцию 15 сентября 2022 г.

Аннотация. Рассматривается парадокс Бертрана на олигополистических рынках, который заключается в том, что в модели Бертрана именно тот участник, который предложил наименьшую цену, совершит сделку. Таким образом, все участники скатываются к минимально возможной (нулевой) прибыли. Так как на практике такое происходит далеко не всегда, принимаются попытки разрешения этого парадокса, которые упомянуты в работе. Далее в статье описываются наиболее типичные практические ситуации, соответствующие модели Бертрана, в которых могут оказаться участники рынка. На основе полученного опыта предлагается расширенная модель с динамическим ценообразованием, использующая для разрешения парадокса коэффициент эластичности. Для модели с двумя участниками приводится доказательство наличия равновесия Нэша для случая фиксированного значения коэффициента. Для этой же модели описан способ, который, при заданных начальных условиях, позволяет определить точку равновесия, а именно долю на рынке и уровень цены каждого из участников. Процесс перехода участников рынка к положению равновесия просто и наглядно показан на графиках. В практическом смысле модель объясняет возможное отсутствие эффекта от использования такого популярного маркетингового инструмента как демпинг.

Ключевые слова: парадокс Бертрана; модель Бертрана; коэффициент эластичности; дифференцированный продукт; динамическое ценообразование; равновесие Нэша; олигополия; некооперативные игры; демпинг; передел рынка; точка равновесия.

ВВЕДЕНИЕ

Большинство современных рынков являются олигополистическими, и потому в экономике и теории игр большое внимание уделяется их изучению. Известные описанные модели разделены по типу кооперации: со сговором и без сговора. Среди олигополий без сговора выделяют качественные (модель Курно [1], Штакельберга [2], борьба за лидерство) и ценовые (модель Бертрана [3], динамическая ценовая конкуренция, модель Эджворта [4], модели с возрастающими предельными издержками, модели с дифференцированным продуктом). Модель Форхаймера, картель являются примерами моделей со сговором. Среди моделей с барьерами входа выделяют модель Бэйна, Модильяни [5], Джелмана-Сэлопа [6], Спенса [7], Милгрома-Робертса [8].

В статье в качестве исходной задачи мы рассматриваем модель Бертрана [3]. Данная модель была представлена как альтернатива модели Курно, в которой каждый из участников (олигополистов) устанавливает цену на однородный товар независимо от соперников. При этом весь спрос делится между теми участниками, которые установили на товар наименьшую цену. Парадокс Бертрана заключается в том, что равновесие на данном рынке достигается при продаже продукции по цене издержек, при этом участники получают нулевую прибыль. Однако, если бы данный парадокс имел реальное место на практике, то компании, не получающие прибыль длительное время, не смогли бы существовать. Тем не менее, олигополистический рынок существует, и фирмы получают прибыль. Исследования в области разрешения парадокса Бертрана можно разделить на следующие виды:

1. Динамическая ценовая конкуренция. Ее суть заключается в применении динамических стратегий: око за око, хищничество, а также отказ от ценовой конкуренции. Эмпирически показали свою эффективность такие стратегии как добрая, мстительная, прощающая, независтливая [9].

2. Модель Эджворта [5]. Это модель с ограничениями на производительные мощности, где каждая из фирм не может охватить весь рынок целиком. В этом случае продажа продукции по цене издержек не является равновесием Нэша. На вопрос о том, кто же будет покупать продукцию по большей цене, используется понятие «рационирование» и предлагается несколько схем: случайное (пропорциональное) рационирование, эффективное (параллельное) рационирование, анти-эффективное рационирование [10].

3. Модели с возрастающими предельными издержками. Эти модели описывают случаи, когда предельные издержки возрастают с объемом выпускаемой продукции [11, 12], в отличии от модели Эджворта, где предельные издержки фиксированы.

4. Модели с дифференцированным продуктом. Данная модель рассматривает возможность того, что практически любую продукцию можно дифференцировать, так как на потребление влияет множество факторов, не учитываемых в классической задаче Бертрана: расположение, качество продукта и др. [13, 14].

5. Другие варианты разрешения парадокса Бертрана, которые описывают более частные случаи.

Текущие реализации моделей с дифференцированным продуктом предлагают определять спрос как функцию большого числа параметров. Учитываются такие параметры как взаимное географическое расположение конкурентов, влияние их ассортимента друг на друга и т.п. В результате, итоговая зависимость оказывается весьма сложной. Слишком сложная модель не позволяет оценить наличие равновесия. При этом модель в силу этой сложности предполагает большое количество допущений и искусственных условностей, отрываясь таким образом от реально существующих ситуаций. Например, модели Хотеллинга [12] и Сэлопа [13] предполагают зависимость спроса от расстояния от продавца до покупателя. Реальная ситуация показывает, что большое количество факторов, такие как удобство парковки, уровень трафика, наличие маршрутов общественного транспорта, наличие других точек интереса и т.п., оказывают на потребителя влияние не меньшее, чем общее расстояние между продавцом и потребителем.

ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ

Существующие олигополистические рынки позволяют наблюдать следующие практические ситуации поведения конкурентов.

1. Конкуренты торгуют единым товаром. При этом, если один из конкурентов снижает цену на некий товар, он не получает сразу всю массу клиентов. Оказывается, что существует некоторая привязанность к старому продавцу из-за рациональных (технических, географических) и нерациональных (лояльность, субъективизм клиента) причин. Однако, известно, что увеличение разницы в ценах повышает вероятность преодоления этой привязанности.

2. Конкуренты предоставляют не одинаковый, но взаимозаменяемый товар, отличающийся в большом количестве незначительных характеристик (бытовая и носимая техника, тарифные планы, автомобили). В каждом случае точный анализ всех свойств для всего ассортимента предложений потребителем невозможен или нерационально трудое-

мок. Потребитель делает только грубую оценку и во многом случайный выбор. При этом рациональность поведения потребителя все равно присутствует и можно говорить только о большей вероятности выбрать товар, для которого отношение цена/качество ниже. Продавец, корректируя цену товара, регулирует этот показатель.

3. Конкуренты торгуют полностью одинаковым товаром, который приобретают у единого источника (производителя) и вынуждены выставлять по определенным ценам (система дилерства). При этом, чтобы увеличить вероятность продажи, конкуренты используют различные маркетинговые ухищрения (скидки, промо-акции) и обычную рекламу. Моделируя такую ситуацию, можно положить, что клиент покупает не только товар, но и его рекламу. Другими словами, для продавца стоимость товара ниже выставленной, причем ниже на размер затрат на рекламу, приходящихся на каждую продажу. Очевидно, реклама обладает ограниченной эффективностью, не может дойти до всей массы потребителей и одинаково повлиять на них. Однако, при правильно организованном процессе, вероятность перехода клиента тем выше, чем больше затрачено на рекламу, т.е. чем ниже стоимость товара для продавца.

Все эти ситуации объединяются общим правилом. Если один из участников рынка выставляет цену ниже цены конкурентов, он не может получить всю массу покупателей. Однако доля покупателей, которую привлечет этот участник, зависит от того, насколько его цена будет ниже цены конкурента. Примерно такой же подход использован в модели с дифференцированным продуктом, где спрос на товар каждого участника – линейная комбинация цены самого участника, цены конкурента и связывающих коэффициентов.

Основываясь на приведенных практических примерах, мы предлагаем простой вариант модели с дифференцированным продуктом с некоторым постоянным значением эластичности, рассматривая при этом ситуацию, в которой два конкурента делят общий рынок постоянного размера. Предполагается, что простая модель в своих допущениях отрывается от практических случаев не сильнее, чем сложные модели. В то же время, предлагаемый подход обеспечивает наличие равновесия Нэша, а также позволяет найти положение равновесия в зависимости от начальных условий.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На олигополистическом рынке представлено два конкурента – фирмы, производящие однородный продукт или услугу по цене p_1, p_2 и занимающие доли на рынке m_1, m_2: $m_1 + m_2 = 1$.

Каждая из фирм в состоянии произвести товар для удовлетворения спроса всего рынка, положение на котором регулируется с помощью цены.

Спрос потребителей не задан явно, однако известен коэффициент эластичности $E = \frac{dm}{dp}$.

Требуется найти равновесие Нэша для заданных условий.

Замечание. В общем виде коэффициент эластичности представляет собой отношение $E = \frac{\Delta QP}{\Delta PQ}$, но в случае небольшого количества участников $\frac{\Delta Q}{Q} = \Delta m$, а так как $\frac{\Delta P}{P} = \Delta p$, то можно представить коэффициент эластичности через долю рынка, занимаемую участником.

Коэффициент эластичности может быть представлен в виде некоторой функции общего вида, но в данной работе мы будем рассматривать простейший случай:

$$E = -k, \ k > 0, k = const.$$

В задачах поиска равновесного значения функция прибыли является целевой и определяется через объем выпуска, мы вводим в качестве целевой функцию выигрыша

$$f\ (m, p)\ = mp.$$

Наличие равновесия Нэша.

Докажем существование единственного равновесия Нэша для данной задачи.

Теорема. Для игры двух лиц 1 и 2 на олигополистическом рынке, которые производят товары или услуги по ценам p_1, p_2

и имеют доли рынка m_1, m_2: $m_1 + m_2 = 1$, если коэффициент эластичности спроса задан как $E = \frac{dm}{dp}$: $E = -k,\ k > 0,\ k = const$, то существует единственное равновесие Нэша.

Доказательство.

$$\frac{dm}{dp} = -k,$$

$$p > 0,\ m \in [0,1],\ k > 0,\ k = const,$$

$$m = -kp + b,$$

$$f = pm = -kp^2 + bp,$$

$$\frac{df}{dp} = -2kp + b.$$

Экстремум $-2kp + b = 0 \Rightarrow m = kp$.

Следовательно, равновесное положение (p^*; m^*) будет находиться на прямой $m = kp$.

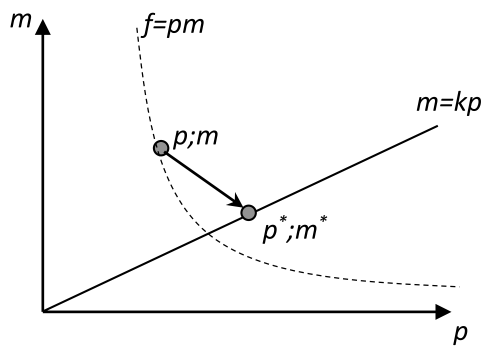

Рис. 1. Переход игрока в равновесное положение

На рис. 1 изображено начальное положение игрока в точке (p; m). Пунктирной линией показана функция $f = pm$, которая принимает фиксированное значение при различных p, m. Также показан переход игрока в точку (p^*; m^*), которая лежит на прямой $m = kp$.

В силу области определения переменных p и m прямая $m = kp$ пересекает кривую $f = pm$ (для полученного значения f) в некоторой точке. Точка пересечения и будет являться седловой, т.е. равновесием Нэша.

Для любого полученного набора данных p_1, p_2, m_1, m_2 точка равновесия является единственной, т.е. игроки не могут перейти в другое равновесное положение, так как $m_1 = kp_1,\ m_2 = kp_2,\ m_1 + m_2 = 1$. Только при одном наборе значении p_1, p_2 все три уравнения выполняются и при этом соотношение m_1 и m_2 сохраняется.

В случае разных k приходим к равенству $k_1p_1 + k_2p_2 = 1$. Так как k_1, $k_2 = const$, равенство также выполняется при единственном значении p_1, p_2. Таким образом, предложение доказано.

ПОИСК РАВНОВЕСИЯ

Нам известны текущие цены конкурентов и их доли на рынке. Каждый из соперников пытается максимизировать прибыль. Как найти точку равновесия для данной ситуации? Пусть p_1^* – равновесное значение, тогда

$$m_1^* = kp_1^*,$$

$$m_2^* = 1 - m_1^* = 1 - kp_1^*,$$

$$p_2^* = \frac{m_2^*}{k} = -p_1^* + \frac{1}{k}.$$

Получаем равновесные значения для игрока 1: (p_1^*; kp_1^*), для игрока 2: ($-p_1^* + \frac{1}{k}$; $1 - kp_1^*$).

Для удобства представления используем $\tilde{m}_2$ и $\tilde{p}_2$:

$$\tilde{m}_2 = 1 - m_2 = m_1,$$

$$\tilde{p}_2 = 1 - p_2 = p_1 + \frac{k-1}{k}.$$

Для равновесных точек получим:

$$\tilde{m}_2^* = 1 - m_2^* = m_1^*,$$

$$\tilde{p}_2^* = 1 - p_2^* = p_1^* + \frac{k-1}{k}.$$

Далее введем переменную

$$p_n = \frac{1}{2}(p_1 + \tilde{p}_2).$$

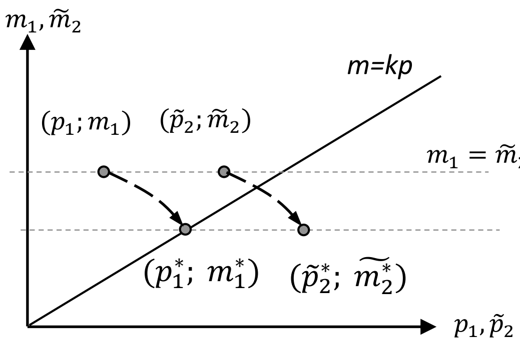

Рис. 2. Пример расположения точек равновесия двух игроков

При изменении p_1 на величину Δ:

$$p_n = \frac{1}{2}(p_1 + \Delta + \tilde{p}_2) = p_n + \frac{1}{2}\Delta,$$

$$m_1 = -k(p_1 + \Delta) + b = m_1 - k\Delta.$$

Таким образом, $\frac{dm_1}{dp_n} = -2k$. Аналогично получаем для переменной $\tilde{p}_2$: $\frac{dm_2}{dp_n} = -2k$. Обе переменные m_1 и m_2 изменяются одинаково от переменной p_n. Учитывая, что $m_1 + m_2 = 1$, следовательно, между точками p_1 и p_2 всегда находится точка p_n такая, что она зависит только от m_1.

Так как конкуренты могут влиять на рынок только изменением цены на продукцию, а доля рынка напрямую зависит от цены, будем считать любое изменение значений p_1 и p_2 движениями игроков 1 и 2. Так как p_n зависит только от m_1, то как бы ни двигались игроки 1 и 2, точка p_n будет всегда находиться на прямой $m_1 = -kp_n + b_n$, при этом игроки не обязательно должны сразу перемещаться в сторону равновесного значения. Но, как только точка p_n попадет в равновесное значение на прямой $m = kp$, игроки 1 и 2 также попадают в свои равновесные значения на прямой $m = kp$.

Для начальных значений m_{1_0}, p_{1_0}, p_{2_0}, $p_{n_0} = \frac{1}{2}(p_{1_0} + \tilde{p}_{2_0})$ получаем:

$$m_{1_0} = -2kp_{n_0} + b_n,$$

$$b_n = m_{1_0} + 2kp_{n_0} =$$

$$= m_{1_0} + kp_{1_0} - kp_{2_0} + k,$$

$$m_1^* = -2kp_n^* + b_n,$$

$$kp_1^* = -2k\left(p_1^* + \frac{k-1}{2k}\right) + m_{1_0} + kp_{1_0} -$$

$$-kp_{2_0} + k.$$

Равновесные значения для игроков:

$$p_1^* = \frac{m_{1_0} + kp_{1_0} - kp_{2_0} + 1}{3k},$$

$$m_1^* = \frac{m_{1_0} + kp_{1_0} - kp_{2_0} + 1}{3},$$

$$p_2^* = \frac{-m_{1_0} - kp_{1_0} + kp_{2_0} + 2}{3k},$$

$$m_2^* = \frac{-m_{1_0} - kp_{1_0} + kp_{2_0} + 2}{3}$$

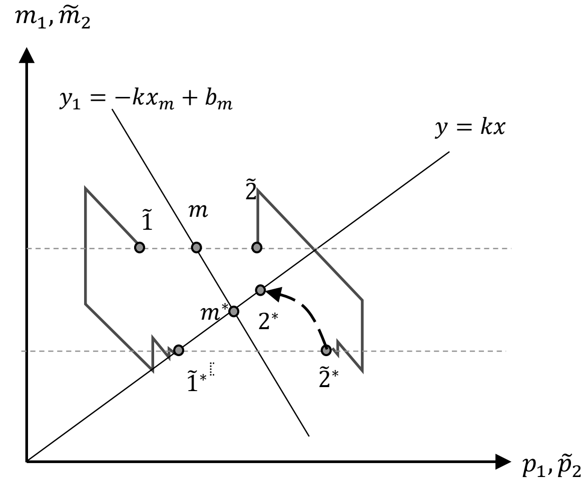

Рис. 3. Пример движения игроков из точек А, В в положение равновесия А*, В*

Пример. Рассмотрим случай, когда $k = 1$. Это означает что на каждое увеличение цены на 1 % фирма теряет 1 % от исходной доли рынка. Пусть заданы $m_1 = m_2$, $p_1 = p_2 + \gamma$, $\gamma > 0$. Тогда равновесие достигается в точках:

$$p_1^* = \frac{1 + m_{1_0} + p_{1_0} - p_{2_0}}{3} =$$

$$= \frac{1 + m_{1_0} + \gamma}{3} = \frac{3 + 2\gamma}{6},$$

$$m_1^* = \frac{1 + m_{1_0} + p_{1_0} - p_{2_0}}{3} =$$

$$= \frac{1 + m_{1_0} + \gamma}{3} = \frac{3 + 2\gamma}{6},$$

$$p_2^* = \frac{-m_{1_0} - p_{1_0} + p_{2_0} + 2}{3} =$$

$$= \frac{2 - m_{1_0} - \gamma}{3} = \frac{3 - 2\gamma}{6},$$

$$m_2^* = \frac{-m_{1_0} - p_{1_0} + p_{2_0} + 2}{3} =$$

$$= \frac{2 - m_{1_0} - \gamma}{3} = \frac{3 - 2\gamma}{6}.$$

Получается, что фирма, у которой начальная цена была больше, в итоге получает большую часть рынка по большей цене. Это противоречит результату модели Бертрана, в которой выигрывает всегда игрок с наименьшей ценой.

СЛУЧАЙ РАЗНЫХ *K*

В общем случае отношение изменения спроса к изменению цены у конкурентов разное. Это связано, например, с разной эффективностью рекламных компаний, разным ассортиментом и методами продвижения товара. Каким в этом случае будет равновесное значение для конкурентов с коэффициентами эластичности k_1 и k_2?

$$m_1 = -k_1 p_1 + b_1,$$

$$m_2 = -k_2 p_2 + b_2,$$

$$m_1 + m_2 = 1, k_1, k_2 = const, k_1 \neq k_2.$$

Пусть p_1^* – равновесное значение, тогда положение равновесия будет достигаться в точке $(p_1^*;\ k_1 p_1^*)$ для игрока 1, а для игрока 2 в точке $(p_2^*;\ k_2 p_2^*) = (-p_1^* \frac{k_1}{k_2} + \frac{1}{k_2};\ 1 - k_1 p_1^*)$.

Для равновесных значений с преобразованием получим:

$$\tilde{m}_2^* = k_1 p_1^*,$$

$$\tilde{p}_2^* = p_1^* \frac{k_1}{k_2} + \frac{k_2 - 1}{k_2}.$$

Необходимо определить p_n. Пусть

$$p_n = \frac{1}{2}(\alpha p_1 + \beta \tilde{p}_2).$$

Тогда аналогично предыдущему случаю, получаем:

$$\frac{dm_1}{dp_{n_1}} = -\frac{2k_1}{\alpha}, \frac{dm_1}{dp_{n_2}} = -\frac{2k_2}{\beta}.$$

Следовательно:

$$\frac{2k_1}{\alpha} = \frac{2k_2}{\beta}.$$

Пусть $\beta = c\alpha$, следовательно, $c = \frac{k_2}{k_1}$.

Тогда $p_n = \frac{1}{2}(p_1 + \frac{k_2}{k_1}\tilde{p}_2)$. При $k_1 = k_2$ получаем $p_n = \frac{1}{2}(p_1 + \tilde{p}_2)$.

$$\frac{dm_1}{dp_{n_1}} = \frac{dm_1}{dp_{n_2}} = -2k_1.$$

Равновесные значения для игроков:

$$p_1^* = \frac{m_{1_0} + k_1 p_{1_0} - k_2 p_{2_0} + 1}{3k_1},$$

$$m_1^* = \frac{m_{1_0} + k_1 p_{1_0} - k_2 p_{2_0} + 1}{3},$$

$$p_2^* = \frac{-m_{1_0} - k_1 p_{1_0} + k_2 p_{2_0} + 2}{3k_2},$$

$$m_2^* = \frac{-m_{1_0} - k_1 p_{1_0} + k_2 p_{2_0} + 2}{3}.$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение коэффициента эластичности позволяет достаточно простым способом и без введения дополнительных критериев получить равновесие в задаче Бертрана. Приведены формулы, указывающие положение равновесия относительно начальных условий. Модель может быть расширена как введением более сложных зависимостей для коэффициентов эластичности разных игроков, так и введением третьего участника. В практическом смысле наличие устойчивого равновесия позволяет объяснить следующее явление. Регулярно компании пытаются увеличить свою долю рынка путем демпинга. В некоторых случаях прекращение демпинга и попытка вернуться к прежним нормам прибыли приводят компанию к той же доле рынка, которая была до начала демпинга. Предлагаемая модель показывает, что подобное может происходить не из-за каких-то необъяснимых явлений или ошибочных действий, а имеет вполне строгое объяснение в рамках теории игр.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Cournot A.** Recherches sur les Principes Mathematiques de la Theorie des Richesses. Paris: Chez L. Hachette, 1838. 198 p.

2. **Stackelberg H**. Market Structure and Equilibrium: 1st Edition Translation into English. New York: Springer, 2011. 149 p.

3. **Bertrand J.** Theorie Mathematique de la Richesse Sociale // Journal des savants. 1883. Pp. 499-508.

4. **Edgeworth F.** La Teoria Pura del Monopolio // Giornale Degli Economisti. 1897. Vol. 40. Pp. 13-31.

5. **Modigliani F.** New Development on the Oligopoly Front // Journal of Political Economy. 1958. Vol. 3. Pp. 215-232.

6. **Gelman J., Salop S.** Judo Economics: Capacity Limitation and Coupon Competition // Bell Journal of Economics. 1983. Vol. 14, No. 2. Pp. 315-325.

7. **Spence A.** Entry, Capacity, Investment and Oligopolistic Pricing // Bell Journal of Economics. 1977. Vol. 8, No. 2. Pp. 534–544.

8. **Milgrom P., Roberts J.** Limit Pricing and Entry under Incomplete Information // Econometrica. 1982. Vol. 50, No. 2. Pp. 443-459.

9. **Axelrod R.** The Evolution of Cooperation. New York: Basic Books, 1984. 241 p.

10. **Tirole J.** The Theory of Industrial Organization. London: MIT Press, 1988. 479 p.

11. **Beckman M.** Edgeworth-Bertrand Duopoly Revisited / R. Henn (ed.) // Operations Research-Verfahren. 1967. V. III.

12. **Levitan R. Shubik M.** Price Duopoly and Capacity Constraints // International Economic Review. 1972. Vol. 13, No. 1. Pp. 111-122.

13. **Hotelling H.** Stability in Competition // Ibid. 1929. Vol. 39. Pp. 41-57.

14. **Salop S.** Monopolistic Competition with Outside Goods // Bell Journal of Economics. 1979. Vol. 10. Pp. 141-156.

ОБ АВТОРАХ

ТИМЕРЯЕВА Мария Сергеевна, бизнес-аналитик ООО «Глоубайт. Аналитические решения», магистр. Дипл. инженер-математик (УГАТУ, 2015). Иссл. в области теории игр.

УРАКОВ Айрат Ренатович, доц. каф. вычислительной математики и кибернетики. Дипл. инженер-системотехник (МГТУ им. Баумана, 1993). Канд. физ.- мат. наук по примен. выч. техн., мат. мод. и мат. мет. в научн. иссл. (БГУ, 1997). Иссл. в обл. мат. мод. в электрохимическом формообразовании, теории графов, теории алгоритмов.

METADATA

Title: Using the elasticity of demand to find the equilibrium in the Bertran problem.

Authors: M. S. Timeryaeva [1], A. R. Urakov [2]

Affiliation: [1] Gloubite LLC, Russia.

[2] Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

Email: [1] mariya-evd@mail.ru, [2] urakov05@gmail.com

Language: Russian.

Source: SIIT (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 4, no. 2 (9), pp. 56-62, 2022. ISSN 2686-7044 (Online), ISSN 2658-5014 (Print).

Abstract: The article examines the Bertrand paradox in oligopolistic markets, which is that in the Bertrand model, it is the participant who offered the lowest price who will make a deal. Thus, all participants slide into the minimum possible (zero) profit. Since in practice this does not always happen, attempts are made to resolve this paradox, which are mentioned in the work. Further, the article describes the most typical practical situations corresponding to the Bertrand model, in which market participants may find themselves. Based on the experience gained, an extended model with dynamic pricing is proposed, which uses the elasticity coefficient to resolve the paradox. For a two-participant model, proof of the Nash equilibrium is provided for the case of a fixed coefficient value. For the same model, a method is described that, under given initial conditions, allows you to determine the equilibrium point, namely the market share and price level of each of the participants. The process of transition of market participants to the equilibrium position is simply and clearly shown on the charts. In a practical sense, the model explains the possible lack of effect from the use of such a popular marketing tool as dumping.

Keywords: Bertrand paradox; elasticity of demand; Nash equilibrium; oligopoly; non-cooperative games.

About authors:

TIMERYAEVA, Maria Sergeevna, busines-analyst Gloubite LLC, Master. Dipl. Mathematics engineer (USATU,2015).

URAKOV, Airat Renatovich, Assoc. Prof., Dept. of Computational Mathematics and Cybernetics, Computer Science and Robotics Faculty (USATU). Dipl. Systems technics engineer (MSTU, 1993). Cand. of Phis.-Math. Sci. (BSU, 1997).