ISSN 2658-5014 (Print)
2023. Т. 5, № 1 (10). С. 25–33
СИИТ
СИСТЕМНАЯ ИНЖЕНЕРИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
ISSN 2686-7044 (Online)
http://siit.ugatu.su

УДК 004.65
DOI 10.54708/2658-5014-SIIT-2023-no1-p25

О ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ОБРАБОТКЕ ИНФОРМАЦИИ О ЗАГОТОВКАХ В ЗАДАЧАХ ПЛОСКОГО ФИГУРНОГО РАСКРОЯ

М. А. Верхотуров, Г. Н. Верхотурова

Аннотация. В статье рассматривается задача предварительной обработки информации о заготовках, решаемая при нерегулярном фигурном раскрое плоского материала на основе резки материалов с использованием лазерного, газового и т. д. инструмента. При резке должен быть учтен диаметр луча соответствующего инструмента, что приводит к необходимости построения плана раскроя не исходных контуров заготовок, а таких контуров, в которых будет заложен «запас» на диаметр режущего луча. Одним из наиболее применяемых методов в задачах проектирования изделий, состоящих из плоских деталей, является полигональная аппроксимация контуров заготовок, т. е. задание их в виде совокупности отрезков прямых и дуг окружностей. Таким образом, возникает задача построения контура, находящегося на определенном расстоянии от границ контура заготовок. В данной работе приводится алгоритм построения квазиэквидистанты для заданного контура, основанный на отбрасывании тех частей линий эквидистанты, которые попадают в отсекающие их прямоугольники и окружности.

Ключевые слова: фигурный нерегулярный раскрой плоского материала (ICSP); построение пути режущего инструмента; эквидистанта; квазиэквидистанта.

Введение

Для изготовления заготовок и деталей из листовых материалов в последние годы всё чаще используют машины фигурной резки с числовым программным управлением (ЧПУ). Различные технологии фигурной листовой резки предполагают, что для сохранения требуемой геометрии детали траектория движения режущего инструмента не совпадает с граничным контуром детали, а задается некоторой эквидистантой этого контура [1].

Построение эквидистанты является ключевым этапом при расчете пути режущего инструмента [2], производимом CAM-системами.

Существуют 2 способа расчета пути режущего инструмента:

- аппаратно-программный;
- программный.

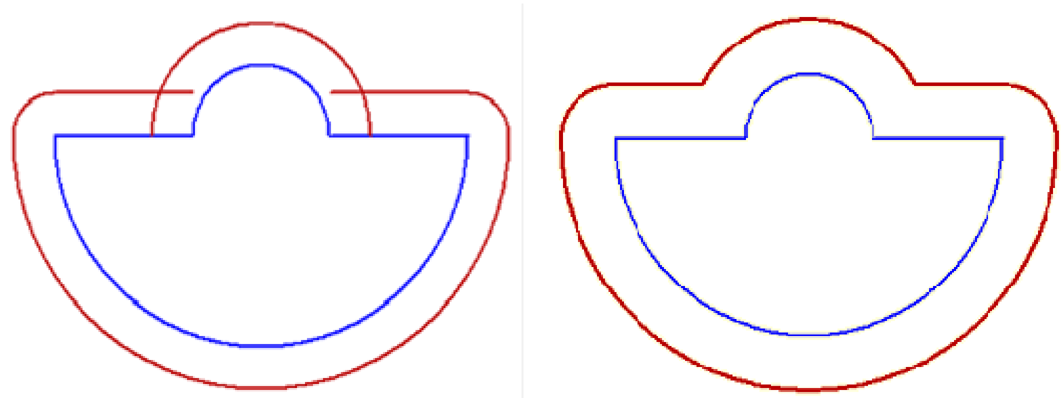
Аппаратно-программный метод используется на станках с численно-программным управлением (ЧПУ). При этом на программном уровне задаются контур детали, траектории подхода и отхода инструмента. При таком способе необходимо задавать коррекцию режущего инструмента относительно контура детали. Существуют левая, правая коррекции и подход без коррекции, когда центр режущего инструмента движется по контуру детали. Так как не все станки с ЧПУ имеют возможность задания коррекции, то возникла необходимость решения этой задачи на программном уровне.

Программный способ построения пути режущего инструмента основан на алгоритме построения эквидистанты к контуру [3]. В связи с тем, что для генерации плана раскроя исходных заготовок должен учитываться диаметр режущего инструмента, задача построения эквидистанты должна решаться раньше расчета пути в CAM-системах, т. е. программным способом.

Постановка задачи

Определение. Эквидистантой для заданного контура является геометрическое место точек, равноотстоящих по нормали от исходного контура на некоторое заданное расстояние. Если расстояние отрицательное, то эквидистанта проходит внутри контура, если положительное – снаружи.

Так как исходный контур состоит из сегментов – отрезков прямых и дуг окружностей, то и эквидистанта должна строиться также посегментно. При этом может возникнуть следующая проблема (Рис. **1**, *а*): сегменты, из которых состоит эквидистанта, будут пересекаться. Отсюда, в свою очередь, возникает необходимость отсечения частей сегментов эквидистанты. Эквидистанту к контуру, у которой удалены части сегментов, не удовлетворяющие определению, будем называть квазиэквидистантой (рисунок 1**Рис. 1**, *б*).



а б

Рис. 1 Эквидистанта и квазиэквидистанта

Таким образом, можно поставить следующую задачу: задан контур, состоящий из отрезков прямых и дуг окружностей, и к нему требуется построить квазиэквидистанту. Тогда задача будет заключаться в построении эквидистанты к сегментам контура и в отсечении частей сегментов эквидистанты, которые не удовлетворяют определению.

Структура решения задачи

1. Посегментное построение эквидистанты.
   1.1 Определение внутренней и внешней сторон контура.
   1.2 Вычисление координат граничных точек сегментов эквидистанты.
   1.3 Вычисление дуги эквидистанты для двух смежных сегментов контура.
2. Построение квазиэквидистанты.
   2.1 Определение внутренней области эквидистанты.
   2.2 Нахождение пересечения двух сегментов эквидистанты.
   2.3 Отсечение частей сегментов эквидистанты, попадающих во внутреннюю область эквидистанты.
3. Идентификация контуров квазиэквидистанты.

Описание алгоритма решения

1. Посегментное построение эквидистанты

1.1. Определение внутренней и внешней сторон контура

Рассмотрим сначала эту задачу на примере простого многоугольника. Допустим, имеется последовательность точек (вершин) Trace [], последовательно соединяя которые, можно получить многоугольник (рисунок 2).

Для удобства условимся отождествлять точку многоугольника Trace [i] и его ребро (Trace [i], Trace [i + 1]).

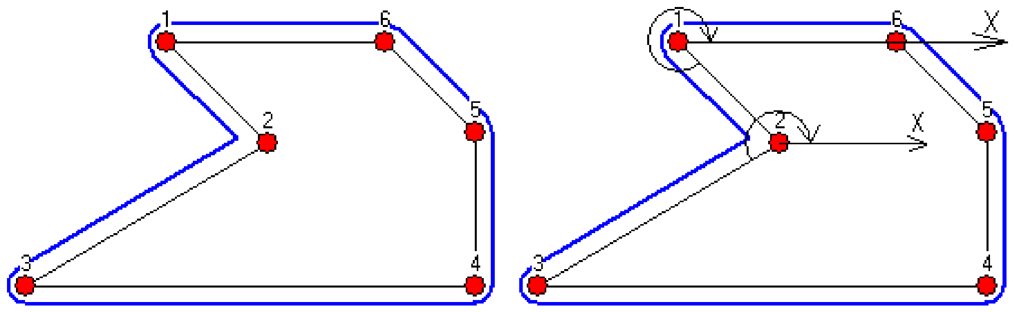


Рис. 2 Точки, ребра и углы наклона ребер многоугольника

Для каждого такого ребра определим понятие угол наклона к положительной полуоси X. Найти эти углы можно, например, используя скалярное произведение векторов:

$$a * b = |a| * |b| * \cos(\varphi) = a_1 b_1 + a_2 b_2,$$

где φ – угол между векторами a и b.

Выразив $\cos(\varphi)$, получим:

$$cos(\phi) = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{|a| * |b|}.$$

Сумма внутренних углов многоугольника равна (кол-во сторон – 2)×180°. (1)

Далее находим сумму углов между сторонами многоугольника – пары

((Trace [i + 1], Trace [i]), (Trace [i + 1], Trace [i + 2])).

Если эта сумма превосходит величину (1), следовательно, получили сумму внешних углов многоугольника.

Если же сумма углов между сторонами многоугольника равна величине (1), то сумму внутренних углов.

Так как исходный контур состоит не только из отрезков прямых, но и из дуг окружностей, то для того, чтобы определить направление обхода контура дуги необходимо аппроксимировать.

Аппроксимация дуг отрезками

Дуги в общем случае достаточно аппроксимировать двумя-тремя отрезками. Но могут быть и исключения, т. к. в некоторых случаях многоугольник может получиться с самопересечением сторон, что необходимо проверять дополнительно. Эта задача не рассматривается в данной статье. После аппроксимации дуг отрезками требуется решить рассматриваемую задачу для полученного многоугольника.

1.2. Вычисление координат граничных точек сегментов эквидистанты

Координаты точек отрезка эквидистанты для отрезка контура будут иметь вид:

для углов наклона $0 \le \phi < 90$ и $270 \le \phi < 360$

$$\begin{aligned} Epx &= x - \text{Dist } \sin(\phi), \\ Epy &= y + \text{Dist } \cos(\phi); \end{aligned} \quad (1)$$

для углов наклона $90 \le \phi < 180$ и $180 \le \phi < 270$

$$Epx = x + \text{Dist } \sin(\phi),$$
$$Epy = y - \text{Dist } \cos(\phi). \tag{2}$$

Дуга изменяется в размерах r + Dist, где Dist = d или – d в зависимости от того, как проходит эквидистанта – внутри или снаружи контура.

1.3. Вычисление дуги эквидистанты для двух смежных сегментов контура

Для того чтобы соблюдалось определение эквидистанты, необходимо чтобы в «углах» контура расстояние тоже было равноудаленным. Это легко получить, если дополнить эквидистанту дугами.

Для добавления дуг достаточно задать радиус, равный величине расстояния до эквидистанты, и в качестве начальной и конечной точек дуги взять точки от соседних ребер.

2. Построение квазиэквидистанты

2.1. Определение внутренней области эквидистанты

Квазиэквидистанту составят те части отрезков прямых и дуг окружностей, которые не войдут (частично или полностью) в отсекающую область (Рис. 3).

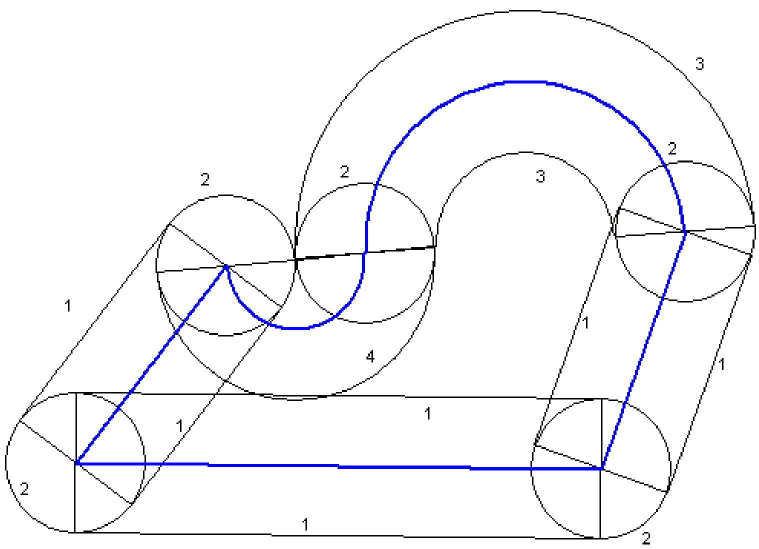


Рис. 3 Отсекающая область эквидистанты

2.2. Нахождение пересечения двух сегментов эквидистанты

Так как исходный контур состоит из дуг и отрезков, то для отсечения нам надо научиться находить точки пересечения двух сегментов следующего вида:

1. «Отрезок–Отрезок».
2. «Дуга (Окружность) — Дуга».
3. «Отрезок — Дуга (Окружность)».

Пересечение «Отрезок–Отрезок»

Пересечение двух отрезков можно найти, используя их параметрическое представление.
Тогда мы получим:

$$(y1 - y3)(x4 - x3) - (x1 - x3)(y4 - y3), \tag{3}$$

$$t2 = \frac{(y3 - y1)(x2 - x1) - (x3 - x1)(y2 - y1)}{(x4 - x3)(y2 - y1) - (y4 - y3)(x2 - x1)}.$$

Если $0 \le t1 \le 1$ и $0 \le t2 \le 1$, то отрезки пересекаются.

Пересечение «Отрезок–Окружность»

Пусть отрезок задан точками с координатами $(x_1; y_1)$ $(x_2; y_2)$, а окружность задана координатами центра $(a; b)$ и радиусом R.

Запишем параметрическое уравнение прямой и уравнение окружности

$$\begin{aligned} &x = x1 + (x2 - x1)t\,, \\ &y = y1 + (y2 - y1)t\,, \\ &(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2\,. \end{aligned} \tag{4}$$

Подставим уравнение прямой в уравнение окружности и введем следующие обозначения

$$\begin{aligned} &A = (x2 - x1)^2 + (y2 - y1)^2\,, \\ &B0 = 2\big((x1 - a)(x2 - x1) + (y1 - b)(y2 - y1)\big)\,, \\ &C = (x1 - a)^2 + (y1 - b)^2 - R^2\,. \end{aligned} \tag{5}$$

Таким образом, мы получили самое обыкновенное квадратное уравнение вида $At^2 + Bt + C = 0$, решив которое относительно t мы сможем найти точки пересечения отрезка и окружности.

Так как отрезок имеет конечную длину, то нас устроят те значения t_1 и t_2, которые лежат в диапазоне от 0 до 1.

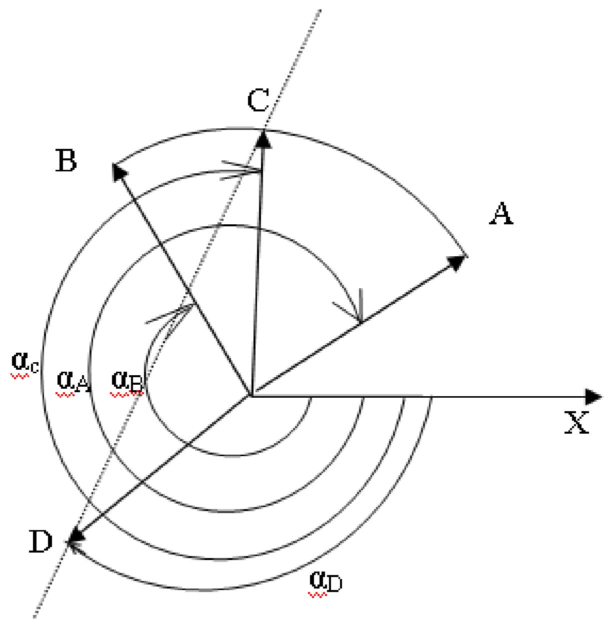


Рис. 4 Определение принадлежности точки дуге

Эти точки нужно проверить на принадлежность обеим дугам (рисунок 4). Проверку можно осуществить следующим образом:

1. Вычисляем углы начала (α_B) и конца дуги (α_A) от оси Ox.
2. Вычисляем углы точек пересечения от оси Ox (α_C и α_D).

3. Проверяем, если $\alpha_B \le \alpha_C \le \alpha_A$, то точку можно занести в результат.

Пересечение «Дуга (Окружность) — Дуга»

Рассмотрим задачу пересечения двух окружностей (рисунок 5).

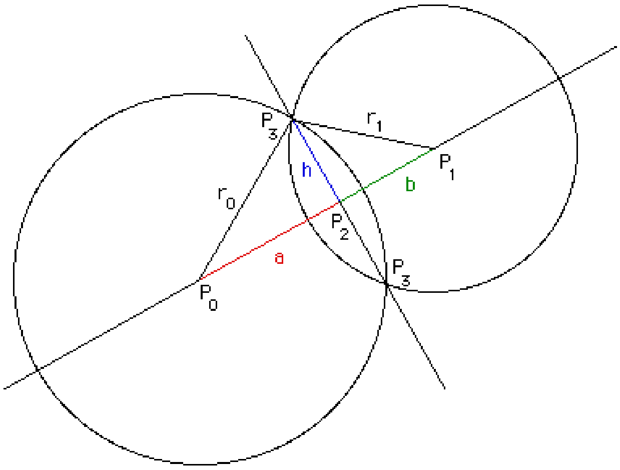


Рис. 5 Определение пересечения двух окружностей

Эту задачу можно решить двумя подходами:

1. Используя каноническое уравнение окружности.
2. Рассмотрев 2 треугольника $P_0P_2P_3$ и $P_1P_2P_3$ (рисунок 5).

Рассмотрим первый подход.

Запишем уравнение окружности в следующем виде:

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2, \tag{6}$$

где $(a; b)$ – центр окружности, R – радиус.

Для удобства решения сдвинем первую дугу в центр координат и составим систему уравнений для нахождения точки пересечения дуг и решим ее:

$$x^2 + y^2 = R^2,$$
$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2.$$

Раскроем скобки и вычтем второе уравнение из первого. Получим следующее уравнение:

$$2xa + 2yb - a^2 - b^2 = R^2 - r^2 \Rightarrow xa + yb = \frac{R^2 - r^2 + a^2 + b^2}{2}. \tag{7}$$

Обозначим через $C = \frac{R^2-r^2+a^2+b^2}{2}$, тогда формула (7) превратится в следующую формулу

$$ax + by = C. \tag{8}$$

Получившееся уравнение – это уравнение прямой, проходящей через две точки пересечения окружностей дуг, одна из которых сдвинута в центр координат.

Тогда эта задача сводится к задаче нахождения пересечения отрезка и дуги окружности.

Рассмотрим второй подход.

Нужно найти пару точек P_3 пересечения, если они существуют.

Для начала найдем расстояние между центрами окружностей.

$$d = |P_1 - P_0|.$$

Проверим, если $d > r_0 + r_1$, тогда решений нет: круги лежат отдельно.

Аналогично в случае, когда $d < |r_0 - r_1|$ – решений нет, так как одна окружность находится внутри другой.

Рассмотрим два треугольника $P_0P_2P_3$ и $P_1P_2P_3$. Составим 2 уравнения:

$$a^2 + h^2 = r_0^2, \tag{10}$$
$$b^2 + h^2 = r_1^2. \tag{11}$$

Используя равенство $d = a + b$, мы можем разрешить относительно a:

$$a = \frac{r_0^2 - r_1^2 + d^2}{2d}.$$

Решим относительно h, подставив выражение для a в уравнение (10):

$$h^2 = r_0^2 - a^2.$$

Итак,

$$P_2 = P_0 + \frac{a(P_1 - 1 - P_0)}{d}. \tag{12}$$

Таким образом, получаем координаты точек $P_3 = (x_3, y_3)$:

$$x_3 = x_2 \pm \frac{h(y_1 - y_0)}{d}; \quad y_3 = y_2 \pm \frac{h(x_1 - x_0)}{d}. \tag{9}$$

Найденные точки проверяем на принадлежность обеим дугам (

Рис.).

Проведем сравнение рассмотренных двух подходов. В первом случае приходится решать дополнительную задачу – определение пересечения «Отрезок–Окружность». Так как алгоритм построения эквидистанты ориентирован для реализации на ЭВМ, то дополнительные вычисления могут сказаться на быстродействии, особенно если контур состоит из большого числа сегментов. Для контуров, состоящих из малого количества сегментов, такая проблема не является актуальной, и поэтому задачу о пересечении двух дуг можно решать любым способом.

2.3. Отсечение частей сегментов эквидистанты, попадающих во внутреннюю область эквидистанты

После того как мы нашли точки пересечения сегмента эквидистанты с другими сегментами, нужно отсечь те части сегментов, которые лежат во внутренней области. Рассмотрим алгоритм на примере отрезка.

Пусть T – массив параметров пересечения отрезка с остальными сегментами эквидистанты.

1. В массив T добавляем параметр 0 и 1.
2. Сортируем по возрастанию.
3. Составляем отрезок с концами $P(T_i)$ и $P(T_{i+1})$.
   $i = 1, \ldots, n - 1$, n — размер массива T.
4. Находим среднюю точку этого отрезка
$$P = \frac{P(T_i) + P(T_{i+1})}{2}.$$
5. Проверяем на принадлежность P элементарному контуру.
6. Если P принадлежит элементарному контуру, то отрезок с концами $P(T_i)$ и $P(T_{i+1})$ отсекаем.

Алгоритм аналогичен и для дуг. Только на первом шаге добавляем интервалы параметров дуги.

Рассмотрим случаи, когда точка принадлежит внутренней области эквидистанты.

Взаимное расположение точки и выпуклого четырехугольника

Если точка находится внутри четырехугольника, то сумма углов, образованных этой точкой с вершинами прямоугольника, будет равна 360°, если снаружи, то меньше 360°.

Взаимное расположение точки и кругового сектора

Точка *C* принадлежит круговому сектору, если длина *OC* меньше радиуса, и угол наклона вектора *OC* к оси *Ox* принадлежит параметрам дуги.

Взаимное расположение точки и части кольца

Точка принадлежит части кольца, если точка принадлежит круговому сектору с большим радиусом, но не принадлежит круговому сектору с меньшим радиусом.

Взаимное расположение точки и окружности

Точка принадлежит окружности, если расстояние между центром окружности и этой точкой меньше радиуса.

3. Идентификация контуров квазиэквидистанты

Полученная квазиэквидистанта может представлять собой несколько контуров, поэтому может возникнуть необходимость их идентификации. Это можно сделать следующим образом: взять любой сегмент квазиэквидистанты и для всех остальных сегментов проверить, совпадает ли конец текущего сегмента с началом или концом проверяемого сегмента:

- если да, то провести аналогичную процедуру для всех оставшихся сегментов;
- если нет, значит, мы получили замкнутый контур.

Аналогично находятся все контура полученной квазиэквидистанты.

Заключение

В статье рассматривался метод построения эквидистанты к контуру, состоящему из отрезков прямых и дуг окружностей. Идея метода состоит в последовательном построении эквидистанты к каждому сегменту контура и последующему отсечению тех частей сегментов эквидистанты, которые не удовлетворяют определению.

На практике этот метод может быть применен для решения задачи построения карт раскроя плоского материала на фигурные заготовки с учётом диаметра режущего луча/инструмента.

На рисунке 6 показана эквидистанта, проходящая внутри контура и построенная по вышеописанному методу.

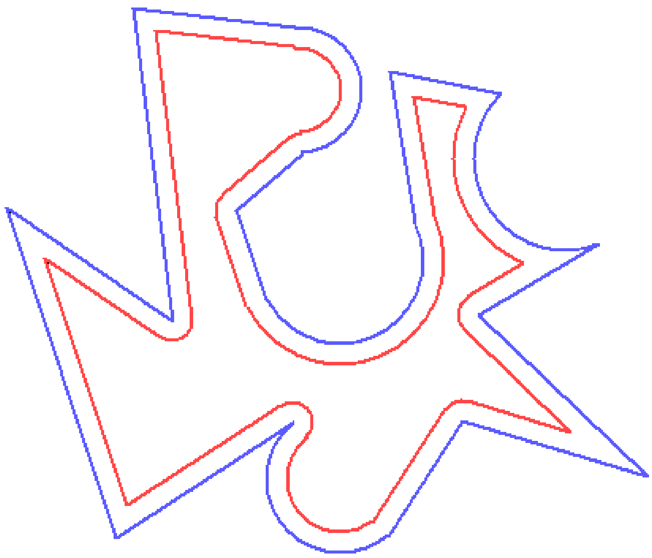


Рис. 6 Эквидистанта, проходящая внутри контура

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Верхотуров М. А. Задача нерегулярного раскроя фигурных заготовок: оптимизация размещения и пути режущего инструмента // Вестник УГАТУ. 2007. Т. 9. № 2 (20). С. 106–118. [[M. A. Verkhoturov, “The task of irregular cutting of shaped blanks: optimization of the placement and path of the cutting tool” (in Russian). In: VestnikUGATU, vol. 7, no. 2 (20), pp. 106-118, 2007.]]

2. Верхотуров М. А. и др. О задаче построения пути режущего инструмента с учетом термических воздействий при раскрое плоского материала // Перспективные информационные технологии (ПИТ 2019): Тр. Междунар. науч.-техн. конф. Самара: Изд-во Самарск. научн. центра РАН, 2019. С. 16–20. [[M. A. Verkhoturov et al. In: Perspective Information Technologies (PIT 2019): Proc. Int. Sci. and Techn. Conf. (in Russian). Samara, Russia, 2019, pp. 16-20.]]

3. Верхотурова Г. Н., Киселев А. В. Об одном подходе к автоматизации процесса изготовления ювелирных изделий // Труды Седьмой всероссийской научной конференции "Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений", 28-30 мая, Уфа-Ставрополь, ХантыМансийск, Россия, 2019. Т. 2. С. 158–164. [[G. N. Verkhoturova, A. V. Kiselyov, "About one approach to automating the jewelry making process" (in Russian). In: Proc. 7th Int. Conf, "Information Technologies for Intelligent Decision Making Support" (ITIDS2019), vol. 2, 2019, pp. 158-164.]]

4. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики. М.: Мир, 1989. [[Rogers D. Algorithmic Foundations of Machine Graphics. Moscow: Mir, 1989.]]

Поступила в редакцию 12 апреля 2023 г.

МЕТАДАННЫЕ / METADATA

Title: On the preliminary processing of information about workpieces in the tasks of flat figure cutting.

Abstract: The article deals with the problem of preprocessing information about workpieces, which is solved with irregular curly cutting of flat material based on cutting materials using laser, gas, etc. tools. When cutting, the diameter of the beam of the corresponding tool must be taken into account, which leads to the need to build a cutting plan not for the initial contours of the workpieces, but for such contours in which a "reserve" for the diameter of the cutting beam will be laid. One of the most used in the problems of designing products consisting of flat parts is the polygonal approximation of the contours of the workpieces, i.e., drawing them in the form of simple polygons, when their sides are given by straight segments (or, in a slightly more complex version, straight segments and circular arcs). Thus, the task of constructing an equidistant contour arises. This paper presents an algorithm for constructing a quasi-equidistant for a given simple polygon, based on discarding those parts of the equidistant lines that fall into the rectangles and circles that cut them off.

Key words: Irregular Cutting Stock Problem (ICSP), construction of a cutting tool path, equidistant, quasi-equidistant.

Язык статьи / Language: русский / Russian.

Поддержка/Support: Уфимский университет науки и технологий / Ufa University of Science and Technology.

Об авторах / About authors:

Верхотуров Михаил Александрович
ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий», Россия.
Проф. каф. информатики. Дипл. инж.-системотехник (Уфимск. авиац. ин-т, 1983). Д-р техн. наук (Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т, 2001). Иссл. в обл. оптимизационного геометрического моделирования и проектирования.
E-mail: verhotur_m@rambler.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6906-0760
URL: https://elibrary.ru/author_profile.asp?authorid= 3073

Верхотурова Галина Николаевна
ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий», Россия.
доц. каф. ВМиК. Дипл. инж.-системотехник (Уфимск. авиац. ин-т, 1983). Канд. техн. наук (Уфимск. гос. авиац. техн. ун-т, 1998). Иссл. в обл. моделирования размещения двумерных и трехмерных объектов.
E-mail: verhoturova.gn@yandex.ru
URL: https://elibrary.ru/author_profile.asp?authorid= 133025

Verkhoturov Mikhail Aleksandrovich
Ufa University of Science and Technology (UUST), Russia.
Prof., Dept. of Informatics. Dipl. System Analyst (Ufa State Aviation Inst., 1983). Dr. Tech. Sci. (Ufa State Aviation Technical University, 2001). Research in the field of optimization geometric modeling and design.
E-mail: verhotur_m@rambler.ru
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6906-0760
URL: https://elibrary.ru/author_profile.asp?authorid= 3073

Verkhoturova Galina Nikolaevna
Ufa University of Science and Technology (UUST), Russia.
Ass. Prof., Dept. of Informatics. Dipl. System Analyst (Ufa State Aviation Inst., 1983). Cand. Tech. Sci. (Ufa State Aviation Technical University, 1998). Research in the field of modeling the placement of 2D and 3D objects.
E-mail: verhoturova.gn@yandex.ru
URL: https://elibrary.ru/author_profile.asp?authorid= 133025