

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ПОСТРОЕНИЯ NO-FIT POLYHEDRON ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ПЛОТНОГО РАЗМЕЩЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ОБЪЕКТОВ

М. А. ВЕРХОТУРОВ • Г. Н. ВЕРХОТУРОВА

Аннотация. В статье рассматриваются разработанные метод и алгоритмы построения No-Fit polyhedron (NFP) при решении задачи плотного размещения многогранных объектов, основанные на анализе точек соприкосновения и отличающиеся тем, что выполняется построение только внешней составляющей го-дографа, что позволяет повысить эффективность решения задач компоновки-размещения трехмерных объектов.

Ключевые слова: компоновка; размещение трехмерных объектов; условия взаимного непересечения; додограф вектор-функции плотного размещения (ГФПР); No-Fit polyhedron (NFP).

ВВЕДЕНИЕ

Среди проблем экономии ресурсов, наиболее интенсивно изучаемых на сегодняшний день, можно выделить класс задач, связанных с поиском оптимального размещения трехмерных объектов в некотором ограниченном пространстве. Областями применения упаковки трехмерных объектов являются:

Упаковка грузов в контейнеры. Форма объектов упаковки и контейнеров, как правило, параллелепипедные. Однако в задаче часто накладываются дополнительные ограничения, в частности, у каждого товара есть приоритет, стоимость, хрупкость, ограничения в поворотах, совместимость с другими типами товаров и пр. [1].

Раскрой алмаза. В качестве сырья выступает алмаз, из которого нужно изготовить бриллианты. Все бриллианты имеют выпуклую форму, а алмаз невыпуклую. Задача осложняется тем, что цена на бриллианты растет неравномерно при увеличении его массы. Кроме того, сам алмаз может быть неоднородным, содержать мутные участки, а если они попадут в бриллиант, его цена также будет снижена.

Упаковка декоративного камня. Данная задача может быть рассмотрена как для аппроксимированных выпуклых камней, так и для невыпуклых. В связи с тем что упаковка производится в декоративных целях, необходим учет распределения больших и маленьких камней, нанесения цемента, физических ограничений и пр.

Поиск выгодного взаимного расположения объектов, или задача компоновки. Природа объектов может быть самой различной: приборы отсеков летательных аппаратов, радиоэлектронная аппаратура, приборы теплоэнергетических комплексов, детали двигателя и многие другие. Объекты размещения часто аппроксимируются параллелепипедами, сферами, цилиндрами, однако на их расположение часто накладываются самые разнообразные ограничения.

Быстрое прототипирование и его основная технология – стереолитография, позволяющая быстро изготавливать опытные твердотельные образцы. В качестве объектов размещения рассматриваются невыпуклые многогранники, зона размещения, как правило, имеет параллелепипедную форму [2].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Общая формулировка задачи заключается в нахождении оптимального варианта размещения геометрических объектов в пределах области упаковки с учетом критерия размещения и заданных ограничений. Качество заполнения пространства может быть оценено при помощи численной величины, называемой *критерием размещения (заполнения)*.

Имеются область размещения Ω и множество $P = \{P_1, \dots, P_n\}$ геометрических объектов (ГО).

Разделим всю область укладки Ω на две части: деловой остаток U и занятую ее часть Q , так что $Q = \Omega \setminus U$.

Распределим незанятую часть H использованной области упаковки Q между объектами P_i , $i = 1, \dots, n$ и внешностью области упаковки \bar{Q} , $i = 0$ на части H_i , $i = 0, 1, \dots, n$ так, чтобы выполнялись следующие условия:

$$H_i \cap H_j = \emptyset, \quad \bigcup_{i=0}^n H_i = H.$$

Целевая функция записывается следующим образом:

$$C = \frac{V(H)}{V(P)} = \frac{V\left(\bigcup_{i=0}^n H_i\right)}{V\left(\bigcup_{i=1}^n P_i\right)} \rightarrow \min,$$

где $V(x)$ – объем области x .

В этой формуле знаменатель $V(P) = const$, но он используется для того, чтобы значение целевой функции было относительной, а не абсолютной величиной.

Суть этой постановки – минимизация незанятых частей области упаковки.

Дополнительную геометрическую сложность решения такого класса задач составляет проблема соблюдения условий взаимного непересечения (УВН) размещаемых объектов между собой и с границами зоны размещения, а также необходимость выполнения различных конструктивно-технологических ограничений.

Для построения УВН наибольшее применение получили методы на базе построения годографа функции плотного размещения [3] или «No-Fit Polyhedron» [4], сокращенно «NFP».

Годографом вектор-функции плотного размещения (NFP) G_{12} или $G(T_1(0), T_2(u_2))$ подвижного объекта $T_2(u_2)$ относительно зафиксированного $T_1(0)$ называется такое множество положений центра объекта T_2 , при котором он плотно расположен относительно объекта T_1 .

NFP G_{12} многогранников T_1 и T_2 , может представлять собой многосвязный объект. В этом случае внутренние области будут описывать расположение одного многогранника внутри другого, при этом их нельзя будет отделить друг от друга (один, или его часть, будет внутри другого), соблюдая условия взаимного непересечения. Эта особенность отличает задачу трехмерного размещения от двухмерного, где проблема отделения размещенных объектов отсутствует. Таким образом, можно наложить ограничения на вид NFP G_{12} при его использовании в задачах трехмерной упаковки.

Основным недостатком известных методов является то, что они приводят к рассмотрению избыточного количества данных. Так как при размещении трехмерных объектов сложных форм построение NFP занимает бóльшую часть вычислительного времени, предложена новая, «динамическая» схема использования NFP, заключающаяся в расчете NFP пар объектов в процессе упаковки последовательно, согласно приоритетному списку, в соответствии с четкими условиями и до определенного предела [5].

В [6] описан метод построения NFP многогранников в объектном пространстве, заложивший основы алгоритма, разработанного в данной работе. Введенные изменения позволили увеличить его стабильность и применимость к решению задач упаковки.

Рассмотрим задачу построения объекта, являющегося внешней оболочкой объекта G_{12} , назовем его \bar{G}_{12} , $\bar{G}_{12} \subseteq G_{12}$, в [6] производился поиск объекта G_{12} .

ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ

Нахождение NFP \bar{G}_{12} многогранников $T_1(0)$ и $T_2(u_2)$ реализуется в 2 этапа:

Этап 1. Построение набора граней $S = \bigcup_{l=1}^p s_l$, описываемых параметром размещения u_2 , при «скольжении» подвижного объекта $T_2(u_2)$ вокруг зафиксированного $T_1(0)$, при этом будет выполняться неравенство: $G_{12} \subseteq S$, а также: $(S \setminus G_{12}) \subset \text{int } G_{12}$, значит, и $(S \setminus \bar{G}_{12}) \subset \text{int } \bar{G}_{12}$.

Алгоритм построения набора граней $S = \bigcup_{l=1}^p s_l$ схож с алгоритмом построения NFP двух выпуклых многогранников.

Этап 2. Построение внешней оболочки объекта S , которая точно равна объекту \bar{G}_{12} .

Опишем алгоритм выделения объекта \bar{G}_{12} из набора граней S .

- 1) Для каждой грани строятся отрезки пересечения плоскости этой грани и всех остальных граней.
- 2) Полученные отрезки объединяются в многосвязные многоугольные области.
- 3) Из исходной грани вычитаются найденные многосвязные области.
- 4) После обработки каждой грани они объединяются, и получается объект G_{12} .

В некоторых ситуациях описанный метод не работает, потому что не всегда можно построить замкнутую область. Для удаления внутренних областей, если внешняя оболочка неизвестна, был разработан следующий алгоритм:

- 1) Каждая грань разбивается на выпуклые многоугольники.
- 2) Для каждой грани строятся отрезки пересечения плоскости этой грани и всех остальных граней.
- 3) В плоскости каждой грани найденные отрезки объединяются в ломаные. Строится разбиение выпуклых многоугольников ломаными. В результате объект S представляет собой объединение многоугольников, которые пересекаются только по ребрам.
- 4) Находится грань s_g объекта S такая, что $s_g \subset \bar{G}_{12}$, то есть s_g точно полностью принадлежит искомой оболочке. При движении многоугольника $T_2(u_2)$ вдоль $T_1(0)$ по s_g плоскость, в которой лежит грань s_g , является разделяющей для $T_1(0)$ и $T_2(u_2)$.
- 5) Начиная с s_g выполняется рекурсивный обход объекта S с внешней стороны по найденным многоугольникам.
- 6) В результате обхода получается \bar{G}_{12} .

Предложенный алгоритм не удаляет то, что находится внутри объекта S . Вместо этого он определяет то, что точно снаружи, и, двигаясь с внешней стороны, строит оболочку объекта S , а это и есть \bar{G}_{12} .

ПРИМЕРЫ

Рассмотрим описанный алгоритм на примере 2-D [7]. Допустим, даны два многоугольника P_1 и P_2 в плоскости (рисунок 1). Необходимо найти внешнюю оболочку \bar{G} NFP G .

Пусть многоугольник P_2 зафиксирован, P_1 подвижен. Рассмотрев все варианты соприкосновения многоугольников P_1 и P_2 , построим объект S (рисунок 2).

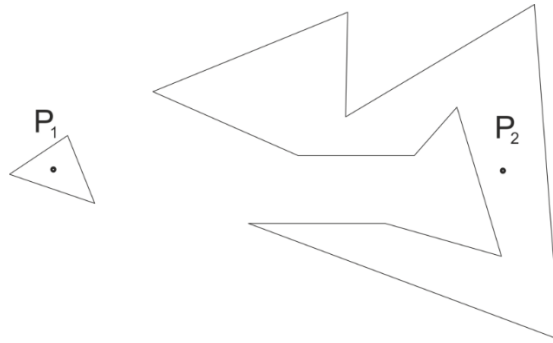


Рис. 1 Два многоугольника в плоскости.

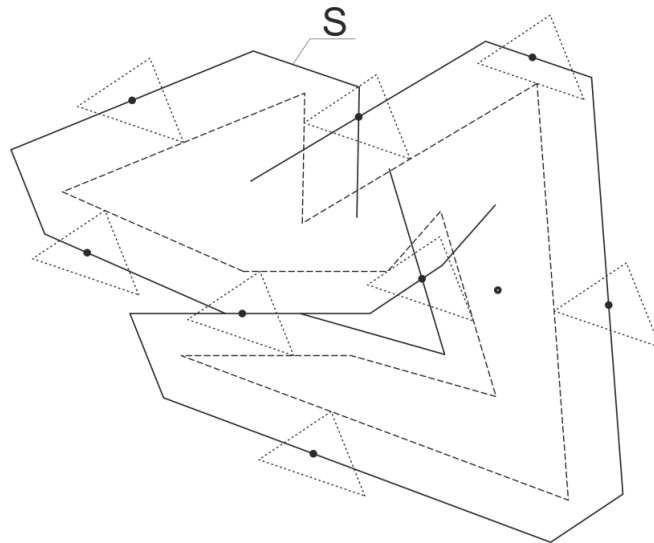


Рис. 2 Построение объекта S .

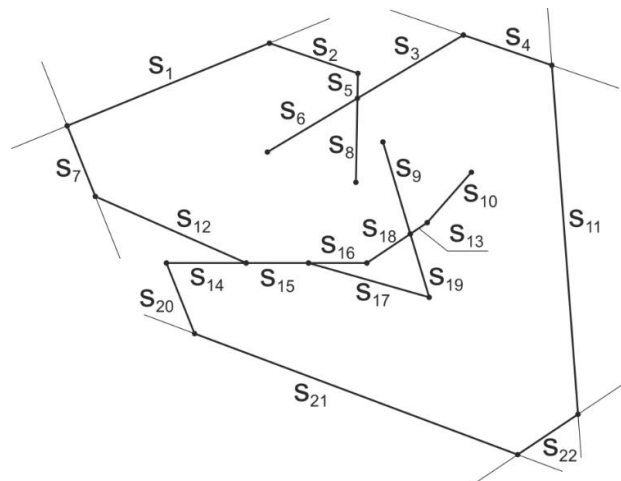


Рис. 3 Определение разделяющих ребер объекта S .

Разобьем ребра объекта S таким образом, чтобы они пересекались только в конечных точках. Определим ребра, при движении вдоль которых можно провести разделяющую прямую между многоугольниками P_1 и P_2 . В приведенном примере на рисунке 3 – это ребра: $s_1, s_4, s_7, s_{11}, s_{21}$ и s_{22} .

Основываясь на найденных разделяющих ребрах, выполним рекурсивный обход объекта S с внешней стороны, рисунок 4.

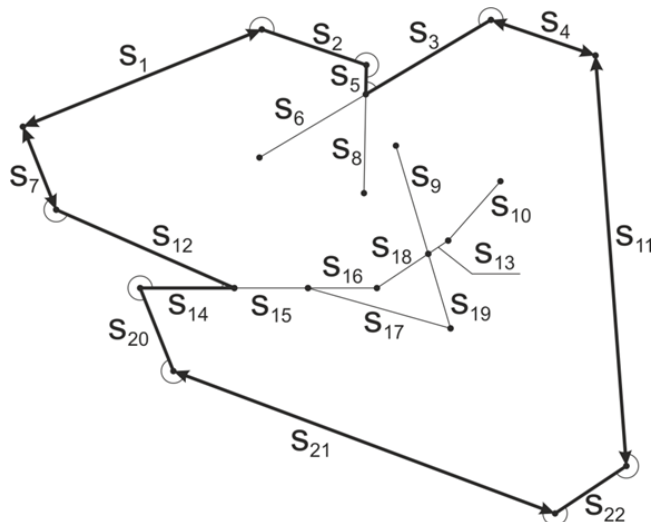


Рис. 4 Обход объект S с внешней стороны.

Обход выглядит следующим образом:

$$s_1 \rightarrow s_2 \rightarrow s_5 \leftarrow s_3 \leftarrow s_4 \quad s_{11} \rightarrow s_{22} \leftarrow s_{21} \rightarrow s_{20} \rightarrow s_{14} \leftarrow s_{12} \leftarrow s_7.$$

В результате получаем объект \bar{G} , который не содержит ребра, описывающие расположение одного многоугольника внутри другого: s_{16} , s_{18} , s_{17} и s_{19} , а также не содержит ребро s_{15} , описывающее плотное вхождение одного многоугольника в другой. Эти случаи не представляют интереса при решении 3-D варианта задачи размещения.

В случае 3-D интерес представляет задача перехода от одной грани к другой, чтобы этот переход осуществлялся с внешней стороны объекта S .

На рисунке 5 приведены три примера построения NFP многогранников различных форм.

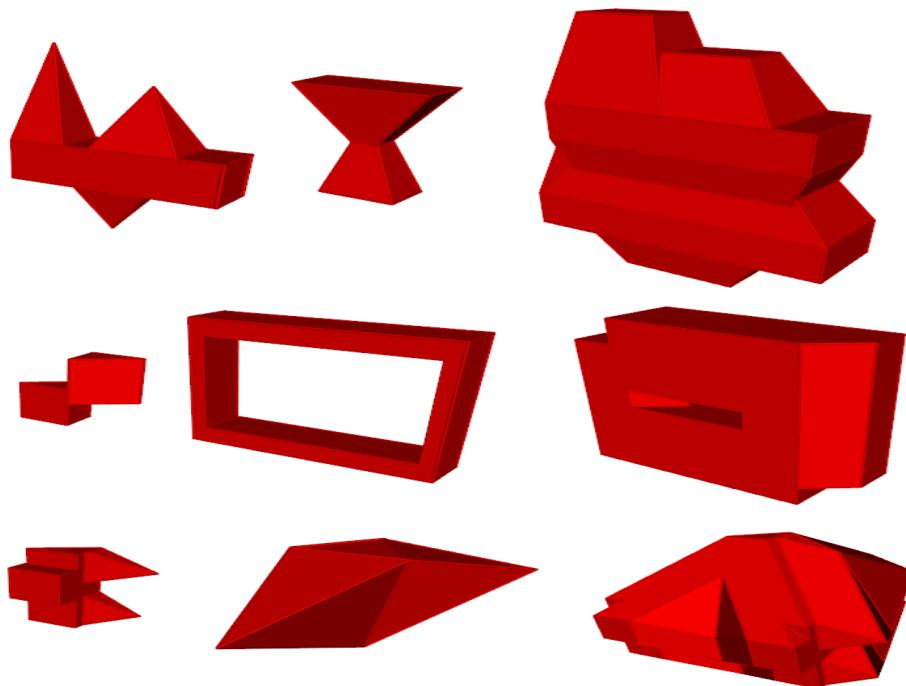


Рис. 5 Примеры построения NFP многогранников.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье подробно описаны разработанные метод и алгоритмы построения годографа вектор-функции плотного размещения многогранных объектов, основанные на анализе точек соприкосновения и отличающиеся тем, что выполняется построение только внешней составляющей годографа, что позволяет повысить эффективность решения задач компоновки-размещения трехмерных объектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. Валеева А. Ф., Гончарова Ю. А. Об одной задаче маршрутизации для доставки груза различным клиентам // Системная инженерия и информационные технологии. 2020. Т. 2. № 1(3). С. 60-66. EDN VTCIBE. [[Valeeva A. F., Goncharova Yu. A. "About one routing problem for delivering cargo to various clients" // System Engineering and Information Technologies. 2020. Vol. 2, No. 1(3), pp. 60-66. (In Russian).]]
2. Верхотурова Г. Н., Киселев А. В. Технологии 3D-графики в web-приложениях // Системная инженерия и информационные технологии. 2021. Т. 3. № 1 (5). С. 96-103. EDN DYPHDV. [[Verkhoturova G. N., Kiselev A. V. "3D graphics technology in web applications" // System Engineering and Information Technologies. 2021. Vol. 3, No. 1(5), pp. 96-103. (In Russian).]]
3. Стоян Ю. Г., Гиль Н. И. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов. Киев: Наукова думка, 1976. [[Stoyan Yu. G., Gil N. I. Methods and Algorithms for Placing Flat Geometric Objects. Kyiv: Nauk. Dumka, 1976. (In Russian).]]
4. Верхотуров М. А., Верхотурова Г. Н., Ягудин Р. Р. Об одном решении задачи плотной упаковки выпуклых многогранников на основе годографа функции плотного размещения // Информационные системы и технологии. 2012. № 4(72). С. 31-39. EDN PABLON. [[Verkhoturov M. A., Verkhoturova G. N., Yagudin R. R. "On one solution to the problem of dense packing of convex polyhedra based on the hodograph of the dense placement function" // Information Systems and Technologies. 2012. No. 4 (72), pp. 31-39. (In Russian).]]
5. Верхотуров М. А., Верхотурова Г. Н., Ягудин Р. Р. Оптимизация размещения невыпуклых многогранников на основе динамической схемы определения NFP // Перспективные информационные технологии: Тр. Международной научно-технической конференции, Самара, 26–28 апреля 2016 года. Самара: Самарский научный центр РАН, 2016. С. 52-55. EDN WDTNGB. [[Verkhoturov M. A., Verkhoturova G. N., Yagudin R. R. "Optimization of the placement of non-convex polyhedra based on a dynamic scheme for determining NFP" // Advanced Information Technologies: Proceedings of the International Scientific and Technical Conference, Samara, April 26–28, 2016. Samara: Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences, 2016, pp. 52-55. (In Russian).]]
6. Stoyan Yu., Gil M., Scheithauer G., Pankratov A. Packing non-convex polytopes into a parallelepiped. TU Dresden, 2004. (Preprint MATH-NM-06-2004).
7. Верхотуров М. А., Верхотурова Г. Н. О предварительной обработке информации о заготовках в задачах плоского фигурного раскроя // Системная инженерия и информационные технологии. 2023. Т. 5. № 1 (10). С. 25-33. DOI 10.54708/2658-5014-SIIT-2023-no1-p25. EDN BOPKWP. [[Verkhoturov M. A., Verkhoturova G. N. "On the preliminary processing of information about workpieces in problems of flat figured cutting" // System Engineering and Information Technologies. 2023. Vol. 5, No. 1 (10), pp. 25-33. (In Russian).]]

Поступила в редакцию 29 ноября 2023 г.

МЕТАДААННЫЕ/METADATA

Title: About one way to build a NO-FIT POLYHEDRON when solving the problem of dense placement of three-dimensional objects.

Abstract: The article discusses the developed method and algorithms for constructing No-Fit polyhedron (NFP) when solving the problem of dense placement of polyhedral objects, based on the analysis of points of contact and characterized in that only the external component of the frame is constructed, which makes it possible to increase the efficiency of solving the problems of layout-placement of three-dimensional objects.

Key words: Layout, placement of three-dimensional objects, conditions of mutual non-intersection, hodograph vector functions of dense placement (GFPR), No-Fit polyhedron (NFP).

Язык статьи / Language: русский/Russian.

Об авторах / About the authors:**ВЕРХОТУРОВ Михаил Александрович**

ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий», Россия.
Проф. каф. информатики. Дипл. инж.-системотехник (Уфимск.
авиационн. ин-т, 1983). Д-р техн. наук (Уфимск. гос. авиационн. техн.
ун-т, 2001). Иссл. в обл. оптимизационного геометрического
моделирования и проектирования.

E-mail: verhotur_m@rambler.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6906-0760>

URL: https://elibrary.ru/author_profile.asp?authorid=3073

ВЕРХОТУРОВА Галина Николаевна

ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий», Россия.
Доц. каф. вычислительной математики и кибернетики. Дипл.
инж.-системотехник (Уфимск. авиационн. ин-т, 1983). Канд. техн.
наук (Уфимск. гос. авиационн. техн. ун-т, 1998). Иссл. в обл. моде-
лирования размещения двумерных и трехмерных объектов.

E-mail: verhoturova.gn@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6906-0760>

URL: https://elibrary.ru/author_profile.asp?authorid=133025

VERKHOTUROV Mikhail Aleksandrovich

Ufa University of Science and Technology (UUST), Russia.
Prof., Dept. of Informatics. Dipl. System Analyst (Ufa State Avia-
tion Inst., 1983). Dr. Tech. Sci. (Ufa State Aviation Technical Uni-
versity, 2001). Research in the field of optimization geometric
modeling and design.

E-mail: verhotur_m@rambler.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6906-0760>

URL: https://elibrary.ru/author_profile.asp?authorid=3073

VERKHOTUROVA Galina Nikolaevna

Ufa University of Science and Technology (UUST), Russia.
Ass. Prof., Dept of Computational Mathematics and Cybernetics.
Dipl. System Analyst (Ufa State Aviation Inst., 1983). Cand. Tech.
Sci. (Ufa State Aviation Technical University, 1998). Research in
the field of modeling the placement of 2D and 3D objects.

E-mail: verhoturova.gn@yandex.ru

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6906-0760>

URL: https://elibrary.ru/author_profile.asp?authorid=133025