

УДК 004.7

## ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ МАРШРУТИЗАЦИИ ДЛЯ ДОСТАВКИ ГРУЗА РАЗЛИЧНЫМ КЛИЕНТАМ

А. Ф. ВАЛЕЕВА<sup>1</sup>, Ю. А. ГОНЧАРОВА<sup>2</sup>

<sup>1</sup>aida\_val2004@mail.ru, <sup>2</sup>yuliagonch@mail.ru

<sup>1</sup> ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

<sup>2</sup> Научно-производственный центр «ГеоТэк»

*Поступила в редакцию 8 июля 2020 г.*

**Аннотация.** Рассматривается задача маршрутизации для доставки однородного груза различным клиентам, являющаяся важным компонентом в цепи поставок. Данная задача включает следующие подзадачи: составление рационального маршрута для доставки груза, при этом учитываются такие ограничения, как грузоподъемность, временные окна, наличие множества депо, отдельная доставка, неоднородность парка автомобильных транспортных средств (ТС), а также размещение груза внутри ТС. Поскольку, как известно, задача маршрутизации является NP-трудной задачей комбинаторной оптимизации, для ее решения разработаны метаэвристические алгоритмы, проведены численные эксперименты, подтверждающие эффективность предлагаемого алгоритма.

**Ключевые слова:** задачи маршрутизации транспортных средств, задача трехмерной упаковки, однородный груз, алгоритм муравьиной колонии.

### ВВЕДЕНИЕ

Для удовлетворения потребностей клиентов в различных сферах актуальной задачей является доставка требуемых грузов (заказов) точно в срок. Задачи маршрутизации являются ключевыми в области транспортной логистики. Поскольку они являются NP-трудными задачами комбинаторной оптимизации, для их решения разрабатываются метэвристические алгоритмы, применение которых, как установили Toth и Vigo в 2002 г., позволяет достичь экономии в доставке заказов порядка 5–20% от общей стоимости заказов.

В статье рассматривается задача (Extended Vehicle Routing Problem, EVRP), возникающая в логистической компании, занимающейся доставкой однородного груза в

различные регионы России арендуемыми ею автомобильными транспортными средствами различной грузоподъемности. Доставляется груз в контейнерах по дорогам разного типа и качества. Компания может располагать складом (депо) или несколькими складами для хранения груза, каждое ТС начинает и заканчивает свой маршрут в депо. В одном транспортном средстве может находиться груз, предназначенный для нескольких клиентов. Компания может установить временной период в размере нескольких дней, в течение которых груз должен быть доставлен клиентам. По пути доставки груза транспортному средству разрешается остановка в некоторые интервалы времени. Кроме того, каждый клиент может быть посещен более чем одним транспортным средством. При этом спрос каждого клиента может быть больше

грузоподъемности транспортного средства, и клиент может быть включен в несколько маршрутов (учитывается отдельная доставка). Масса загружаемого в транспортное средство груза не должна превышать его грузоподъемность, также груз не должен выступать за пределы ТС. Компания заинтересована в минимизации транспортных расходов. Требуется определить наилучшие маршруты доставки однородного груза автомобильными транспортными средствами различным клиентам с возможностью выдачи карты наилучшего размещения груза в них с учетом различных дорожных ограничений (качество дорог, ограничение скорости на дорогах, прохождение по платным дорогам и т.д.).

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ДОСТАВКИ ОДНОРОДНОГО ГРУЗА (EXTENDED VEHICLE ROUTING PROBLEM, EVRP)**

Рассмотрим математическую модель задачи EVRP доставки однородного груза различным клиентам с учетом ряда ограничений, базирующуюся на этих моделях.

**Математическая модель задачи EVRP**

В основу модели рассматриваемой задачи EVRP доставки однородного груза различным клиентам с учетом ряда ограничений легли модели следующих задач: задача маршрутизации ТС с ограничением на грузоподъемность (Capacitated VRP, CVRP [1]), задача маршрутизации ТС с учетом грузоподъемности и размещения трехмерного груза в ТС (Three-Dimensional Capacitated Vehicle Routing Problem, 3L-CVRP [2]), задача маршрутизации ТС с временными окнами (VRP with Time Windows, VRPTW [3]), задача маршрутизации ТС с множеством депо (Multiple Depot VRP, MDVRP [4]), задача маршрутизации ТС с отдельной доставкой (Split Delivery VRP, SDVRP [5]), задача маршрутизации ТС с возвратом товаров (VRP with Pick-up and Delivery, VRPPD [6]). Обозначения, введенные в перечисленных задачах, сохраняются. Рассматриваемая задача EVRP была апробирована для компании, занимающейся производством и доставкой реагента, который разливался в контейнеры параллелепипедной и цилиндрической формы. Для размещения контей-

неров с грузом в ТС разработаны модели и эвристические методы.

**Дано:**

$G = (V, E)$  – взвешенный граф с множеством вершин  $V$  и множеством ребер  $E$  (под ребром понимаются участки автомобильных дорог);

$V$  – множество вершин, которое делится на два подмножества  $V_c = \{1, \dots, n\}$  и  $V_h = \{0, n + 1, \dots, n + k\}$ ;

$V_c = \{1, \dots, n\}$  – множество городов и клиентов;

$V_h = \{0, n + 1, \dots, n + k\}$  – множество депо;

Каждому ребру  $e_{ij} \in E$  приписывается вес (целочисленная оценка)  $f_{ijk}$ .  $F = \{f_{ijk} \in Z^+ \cup \{0\} : kg = 1, \dots, NAtype\}$  – целочисленные оценки для ребра (дороги) между пунктами  $i$  и  $j$ , которые показывают вид дороги (дороги с заданными ограничениями – дороги с ограничением скорости движения, непроходимые дороги, качество дорог, тип дорог). Оценки назначаются экспертным путем;

$m_u$  – количество ТС, расположенных в каждом депо  $u \in V_h$ ,  $m_u \in \{1, \dots, r_u\}$ ;

$r_u$  – максимальное число ТС, расположенных в депо  $u \in V_h$ ;

$(W_v, L_v, H_v, Q_v)$  – характеристики ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ ,  $v \in [1, r_u]$ , где  $W_v$  – ширина ТС  $v$ ,  $L_v$  – длина ТС  $v$ ,  $H_v$  – высота ТС  $v$ ,  $Q_v$  – грузоподъемность ТС  $v$ ;

$Item = Item_{par} \cup Item_{cyl}$ , где

$itp \in Item_{par}$  – предметы параллелепипедной (прямоугольной) формы,  $itc \in Item_{cyl}$  – предметы цилиндрической формы;

$\forall itp_{kp} \in Item_{par} | itc_{kp} = (lp_{kp}, wp_{kp}, hp_{kp}, mp_{kp}), kp = 1, \dots, |Item_{par}|$ ,

где  $lp_{kp}$  – длина предмета  $kp$  параллелепипедной формы,  $wp_{kp}$  – ширина предмета  $kp$  параллелепипедной формы,  $hp_{kp}$  – высота предмета  $kp$  параллелепипедной формы,  $mp_{kp}$  – масса предмета  $kp$  параллелепипедной формы;

$\forall itc_{kc} \in Item_{cyl} | itc_{kc} = (rc_{kc}, hc_{kc}, mc_{kc}), kc = 1, \dots, |Item_{cyl}|$ , где

$rc_{kc}$  – радиус предмета  $kc$  цилиндрической

формы,  $hc_{kc}$  – высота предмета  $kc$  цилиндрической формы,  $mc_{kc}$  – масса предмета  $kc$  цилиндрической формы;

$$q_i = \sum_{kp=1}^{|Item_{par}|} qp_{ikp} + \sum_{kc=1}^{|Item_{cyl}|} qc_{ikc} \quad - \text{спрос}$$

в грузе, связанный с каждым клиентом  $i \in V_c$ ;

$qp_{ikp}$  – спрос в грузе параллелепипедной формы типа  $kp$ , связанный с каждым клиентом  $i \in V_c$ ,  $kp = 1, \dots, |Item_{par}|$ ;

$qc_{ikc}$  – спрос в грузе цилиндрической формы типа  $kc$ , связанный с каждым клиентом  $i \in V_c$ ,  $kc = 1, \dots, |Item_{cyl}|$ ;

$$p_{reti} = \sum_{kp=1}^{|Item_{par}|} pp_{retikp} + \sum_{kc=1}^{|Item_{cyl}|} pc_{retikc} \quad - \text{коли-}$$

чество груза, необходимое забрать от клиента  $i \in V_c$ ;

$pp_{retikp}$  – количество груза параллелепипедной формы типа  $kp$ , необходимое забрать от клиента  $i \in V_c$ ,

$$kp = 1, \dots, |Item_{par}|;$$

$pc_{retikc}$  – количество груза цилиндрической формы типа  $kc$ , необходимое забрать от клиента  $i \in V_c$ ,  $kc = 1, \dots, |Item_{cyl}|$ ;

$cost_v$  – стоимость пройденной единицы времени ТС  $v$ , которая включает в себя стоимость аренды ТС  $v$  в единицу времени  $cost_{rentv}$ , затраты на бензин ТС  $v$  в единицу времени  $cost_{petrolv}$ .  $cost_v = cost_{rentv} + cost_{petrolv}$ ;

$cost_{roadij}$  – стоимость прохождения по платным дорогам между пунктами  $i$  и  $j$ ,  $i, j \in V_c$  в единицу времени;

$[a_i, b_i]$  – временное окно для клиента  $i \in V_c$ .

### Введем ряд обозначений:

$c_{ij}$  – время в пути между пунктами  $i$  и  $j$ ,  $i, j \in V_c$ ;

$s_i$  – время обслуживания клиента  $i \in V_c$ ;

$penalty\_time_i$  – штрафная стоимость за начало обслуживания клиента  $i \in V_c$  после  $b_i$ , пропорциональная времени опоздания ТС;

$w_{iv}$  – время начала обслуживания клиента  $i \in V_c$  ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ ;

$t_{iv}$  – время прибытия ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$  к клиенту  $i \in V_c$ ;

$x_{ijv}$  – переменная логического типа, принимающая значение 1, если ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$  перемещается в направлении от пункта  $i$  к пункту  $j$ , и 0 в противном случае,  $i, j \in V_c$ ;

$$y_{iv} = \sum_{kp=1}^{|Item_{par}|} yp_{ivkp} + \sum_{kc=1}^{|Item_{cyl}|} yc_{ivkc} \quad - \text{количе-}$$

ство груза, доставляемого  $i$ -му клиенту ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ ;

$yp_{ivkp}$  – количество груза параллелепипедной формы типа  $kp$ , доставляемого ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$   $i$ -му клиенту,  $kp = 1, \dots, |Item_{par}|$ ;

$yc_{ivkc}$  – количество груза параллелепипедной формы типа  $kc$ , доставляемого ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$   $i$ -му клиенту,  $kc = 1, \dots, |Item_{par}|$ ;

$$d_{iv} = \sum_{kp=1}^{|Item_{par}|} dp_{ivkp} + \sum_{kc=1}^{|Item_{cyl}|} dc_{ivkc} \quad - \text{коли-}$$

чество груза, возвращаемого от  $i$ -го клиента ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ ;

$dp_{ivkp}$  – количество груза параллелепипедной формы типа  $kp$ , возвращаемого от  $i$ -го клиента ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ ,  $kp = 1, \dots, |Item_{par}|$ ;

$dc_{ivkc}$  – количество груза цилиндрической формы типа  $kc$ , возвращаемого от  $i$ -го клиента ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ ,

$$kc = 1, \dots, |Item_{par}|;$$

$penalty\_time_v$  – штрафная стоимость за маршрут, не соответствующий рациональному размещению груза в ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ , т.е. такому маршруту, когда очередной груз не помещается в ТС  $v$ ;

$fpack_v$  – занятая грузом часть ТС  $v$  из депо  $u \in V_h$ . Если  $fpack_v \leq 1$ , то груз помещается в ТС, если  $fpack_v > 1$ , то груз не помещается в ТС.

Требуется минимизировать общие транспортные расходы:

$$\sum_{v=1}^{m_u} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (\text{cost}_v + \text{cost}_{roadij} + f_{ijk}) c_{ij} x_{ijv} + \sum_{v=1}^{m_u} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{penalty\_time}_v x_{ijv} + \sum_{v=1}^{m_u} \text{penalty\_pack}_v \rightarrow \min$$

$$u = n + 1, \dots, n + k, f_{ijk} \in Z^+ \cup \{0\}, kg = 1, \dots, NAtype; (1)$$

при выполнении следующих условий: пройденный путь включает каждую вершину не менее одного раза (*раздельная доставка, SDVRP*)

$$\sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^{m_u} x_{ijv} \geq 1, j = 1, \dots, n, u = 0, n + 1, \dots, n + k; (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{izv} - \sum_{j=1}^n x_{zjv} = 0, z = 0, \dots, n, v = 1, \dots, m_u, u = n + 1, \dots, n + k; (3)$$

клиент  $i$  может быть обслужен ТС  $v$  на доставку и на возврат груза только при условии, что ТС  $v$  проходит через клиента  $i$ :

$$y_{iv} \leq \sum x_{ijv} q_i; i = 1, \dots, m_u; u = 0, n + 1, \dots, n + k; (4)$$

$$d_{iv} \leq \sum_{j=1}^n x_{ijv} p_{reiv}; i = 1, \dots, n, v = 1, \dots, m_u, u = 0, n + 1, \dots, n + k; (5)$$

спрос всех клиентов в грузе должен быть удовлетворен:

$$\sum_{v=1}^{m_u} y_{iv} = q_i; i = 1, \dots, n, v = 1, \dots, m_u, u = 0, n + 1, \dots, n + k; (6)$$

объем требования всех клиентов на возврат груза должен быть удовлетворен (*VRPPD*)

$$\sum d_{iv} = p_{reiv}; i = 1, \dots, n, v = 1, \dots, m_u, u = 0, n + 1, \dots, n + k; (7)$$

количество груза, размещенного в ТС  $v$ , не должно превышать грузоподъемности ТС  $v$  (*ограничение грузоподъемности, CVRP*):

$$\sum_{i=1}^l (y_{iv} - d_{iv}) \leq Q; l = 1, \dots, n, v = 1, \dots, m_u, u = 0, n + 1, \dots, n + k; (8)$$

учитываются временные окна (*VRPTW*):

$$a_i \leq w_{iv} \leq b_i; i = 1, \dots, n, v = 1, \dots, m_u, u = 0, n + 1, \dots, n + k; (9)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ijv} w_{jv} \geq \sum_{i=1}^n x_{jiv} (w_{iv} + s_i + c_{ij})$$

$$\forall i, j \in \{1, \dots, n\}; v = 1, \dots, m_u; u = 0, n + 1, \dots, n + k; (10)$$

груз должен вмещаться в ТС  $v$  (*3L-CVRP*):

$$\text{penalty\_pack}_v = \begin{cases} 0, \text{ если } f_{pack}_v \leq 1; v = 1, \dots, m_u; \\ \text{const} > 0, \text{ если } f_{pack}_v > 1; u = 0, n + 1, \dots, n + k; \end{cases} (11)$$

### МЕТОД *P-ACO-EVRP* ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ДОСТАВКИ ОДНОРОДНОГО ГРУЗА РАЗЛИЧНЫМ КЛИЕНТАМ

Для решения задачи *EVRP* разработан метод *P-ACO-EVRP*, в основу которого легли следующие алгоритмы: алгоритм Кини-Райфа [7], алгоритм ближайшего соседа, алгоритм «заметания» (sweep-алгоритм), алгоритм муравьиной колонии, основанный на популяции (*P-ACO*) [8], для решения задачи *3DBPCG* – алгоритм, описанный в [9, 10].

#### Алгоритм *P-ACO-EVRP*

Шаг 1. Алгоритм Кини-Райфа (преобразует исходный дорожный граф с учетом требуемых ограничений)

Шаг 2. Алгоритм БЛИЖАЙШЕГО СОСЕДА (распределяет клиентов по депо)

Шаг 3. Алгоритм ЗАМЕТАНИЯ (распределяет клиентов по транспортным средствам)

Шаг 4. Поиск маршрутов состоит из следующих шагов:

Шаг 4.1. ПОИСК РАЦИОНАЛЬНЫХ МАРШРУТОВ (с учетом (1–(11)))

Шаг 4.2. РАЗМЕЩЕНИЕ ГРУЗА в ТС (задача *3DBPCG*)

Шаг 4.3. Улучшающая процедура *2\_ORT\_INTERCHANGE*

Шаг 4.4. ОБНОВЛЕНИЕ ПОПУЛЯЦИИ ЛУЧШИХ МАРШРУТОВ

Шаг 4.5. ВЫЧИСЛЕНИЕ МАТРИЦЫ ФЕРОМОНА

Рассмотрим более подробно шаги алгоритма *P-ACO-EVRP*. На шаге 1 к исходному графу маршрутов  $G = (V, E)$ , из которого формируется матрица расстояний (времени в пути)  $c_{ij}$ , применяется алгоритм Кини-Райфа: каждому ребру исходного графа экспертным путем назначается определенная целочисленная оценка, соответствующая условиям (например, качество дорог, ограничения скорости на дорогах и т.д.). В преобразованном графе  $G' = (V', E')$  ищется путь минимальной стоимости алгоритмом муравьиной колонии, основанным на популяции *P-ACO*. На шаге 2 с помощью алгоритма ближайшего соседа происходит распределение множества клиентов, имеющих

координаты  $(x_i, y_i)$ , по депо, каждому клиенту соответствует ближайшее к нему депо, при этом вычисляются координаты клиентов  $(x_{iu}, y_{iu})$ , связанных с каждым депо  $u$ . На третьем шаге применяется алгоритм заметания для распределения множества клиентов каждого депо по транспортным средствам. Далее маршрут строится отдельно для каждого транспортного средства. При этом каждая вершина  $i$  (клиент  $i$ ) описывается полярными координатами  $(\theta_i, \rho_i)$

$\theta_i$ , где  $\theta$  – угол,  $\rho_i$  – длина радиуса.

*Общая схема алгоритма ПОИСК РАЦИОНАЛЬНЫХ МАРШРУТОВ (Шаг 4.1)*

$P = \emptyset$  (популяция лучших маршрутов)

Инициализация параметров алгоритма

Повторять для каждого депо  $u \in V_k$

Повторять (цикл по количеству итераций)

$cost = 0$  (стоимость маршрута на текущей итерации)

Повторять для каждого ТС  $v$  из депо  $u \in V_k$

Создание муравьев (агентов) и размещение их в первом городе

$i$  – в депо

$i = u$

Повторять для каждого муравья (агента)  $l$  (построение решения)

$S = \{1, \dots, n\}$  (множество клиентов, которые агент еще не посетил)

Повторять для каждого города  $i$

Выбор следующего города  $j$  в соответствии с некоторой вероятностью  $P_{ij}^l$

РАЗМЕЩЕНИЕ ГРУЗА В ТС  $v$ . Результат –  $frack_v$  – занятая грузом часть ТС  $v$

Если УСЛОВИЕ РАЗМЕЩЕНИЯ ГРУЗА НЕ ВЫПОЛНЕНО ( $frack_v > 1$ ), то

Если учитывается РАЗДЕЛЬНАЯ ДОСТАВКА то

Корректируем спрос  $q_j$ ,  $Prack_j$  текущего клиента  $j$  – не уместившийся в текущем ТС  $v$  груз  
Рассчитываем итоговую стоимость маршрута:  $cost = cost + cost_v * c_{vj} + cost_{oadj}$   
 $i = j$

В противном случае

Рассчитываем итоговую стоимость маршрута:  $cost = cost + penalty\_pack_v$

Конец Если

В противном случае

Рассчитываем итоговую стоимость

маршрута:  $cost = cost + cost_v * c_{vj} + cost_{oadj}$

$S = S - \{j\}$

$i = j$

Конец Если

Конец Для каждого города

Если УСЛОВИЯ НА ВРЕМЕННЫЕ ОКНА И НА ПЕРИОД ПЛАНИРОВАНИЯ НАРУШЕНЫ, то

Рассчитываем итоговую стоимость маршрута

$cost = cost + penalty\_time_j$

Конец Если

Анализ всего множества маршрутов, построенных муравьями (агентами), и выбор маршрута минимальной стоимости

Конец Для каждого агента

Конец Для каждого ТС

УЛУЧШАЮЩАЯ ПРОЦЕДУРА 2\_OPT\_INTERCHANGE (обмен вершинами между маршрутами)

ОБНОВЛЕНИЕ ПОПУЛЯЦИИ ЛУЧШИХ МАРШРУТОВ

Обновление матрицы феромона

До тех пор, пока не выполнен критерий останова

Конец Для каждого депо

Вывод маршрута минимальной стоимости и его параметров

На шаге 4.2 выполняется алгоритм размещения грузовых единиц в кузов ТС. В алгоритме **ПОИСК РАЦИОНАЛЬНЫХ МАРШРУТОВ** учитывается раздельная доставка и размещение грузов внутри ТС.

### ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ МЕТОДА P-ACO-EVRP

Численные эксперименты проводились на вычислительной машине Intel Core i3 с частотой каждого ядра 3,4 GHz и оперативной памятью 4 Гб на платформе 32-разрядной операционной системы Windows 7. Параметры алгоритма P-ACO-EVRP, на которых проводились численные эксперименты для вышеперечисленных известных задач маршрутизации ТС, следующие:  $n_a = 20$ ,  $n_r = 20$ ,  $p\_size = 25$ ,  $N_{non-improving} = 100$ ,  $\alpha = 2$ ,  $\beta = 5$ , где  $n_a$  – число муравьев (агентов),  $n_r$  – число запусков для каждого тестового набора,  $p\_size$  – размер популяции,  $N_{non-improving}$  – число итераций, в течение которых не происходит улучшения целевой функции,  $\alpha$ ,  $\beta$  – параметры алгоритма муравьиной колонии, основанного на популяции.

**Эксперимент 1.** Проводилось исследование эффективности предложенного алгоритма P-ACO-EVRP на задаче маршрутизации транспортных средств с учетом грузоподъемности (Capacitated Vehicle Routing

Problem, *CVRP*) на известных тестовых наборах из международной библиотеки тестов для задач исследования операция *OR-Library* (<http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html>). Для каждого тестового набора известны координаты депо, координаты и спрос клиентов, грузоподъемность ТС. Также представлены решения задачи маршрутизации ТС с учетом грузоподъемности, полученные генетическим алгоритмом GA (Prins, 2003), алгоритмом поиска с запретами TS (Rochat, Taillard, 1995), алгоритмом BB (Berger, Barkaoui, 2003), муравьиным алгоритмом Ant System, AS (Bullnheimer et al., 1999), муравьиным алгоритмом Savings Ant, SA (Doerner et al.), генетическим алгоритмом Cellular Genetic Algorithm, CGA (Enrique Alba, Bernabe Dorronsoro, 2004). Результаты выполнения алгоритмов представлены в графическом виде на рис. 1.

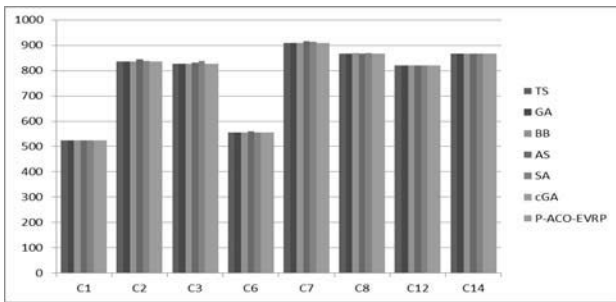


Рис. 1. Сравнение результатов работы алгоритмов для задачи маршрутизации ТС с учетом грузоподъемности

*Выводы по эксперименту:* из диаграммы видно, что для задачи маршрутизации транспортных средств с учетом грузоподъемности с помощью алгоритма муравьиной колонии *P-ACO-EVRP* были получены лучшие решения на выбранных тестовых наборах данных.

**Эксперимент 2.** Целью данного эксперимента является оценка зависимости времени работы алгоритма *P-ACO-EVRP* от числа клиентов. Для вычислительного эксперимента были отобраны тестовые наборы с 10, 20, ..., 100, 150 из библиотеки *R-Library* (<http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/info.html>). Тестовые наборы с 200, 250, 300, 400, 480 клиентами были взяты из данных предыдущего эксперимента. Результаты эксперимента представлены на рис. 2.

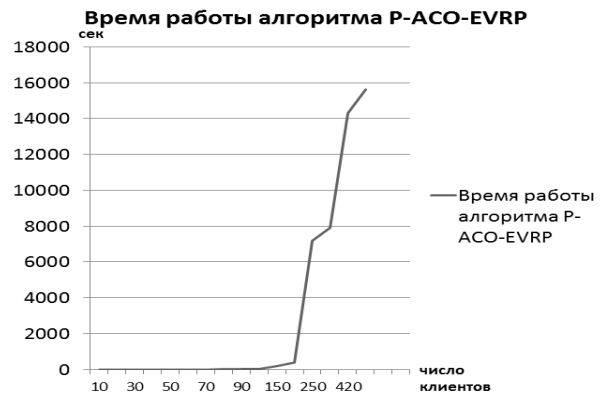


Рис. 2. Зависимость времени работы алгоритма *P-ACO-EVRP* от числа клиентов

*Выводы по эксперименту:* как видно из рис. 2 время работы алгоритма *P-ACO-EVRP* возрастает относительно плавно до 200 клиентов, но со значительным увеличением числа клиентов начинает резко возрастать.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрено решение задачи поиска рациональных маршрутов доставки однородного груза различным клиентам с учетом ряда ограничений по критерию минимума стоимости пройденного транспортными средствами средствами пути. При этом получены следующие результаты:

- Представлена математическая модель задачи доставки однородного груза различным клиентам, которая позволяет одновременно учитывать такие ограничения как грузоподъемность транспортного средства, временные окна, период планирования, множество депо, раздельная доставка, неоднородный парк транспортных средств, возможность возврата груза, качество и стоимость дорог, тип дорог, ограничение скорости на дорогах, а также рациональное размещение груза внутри ТС во время построения рациональных маршрутов доставки.
- Приведены алгоритмы решения рассматриваемой задачи, а также численные эксперименты, проведенные с помощью разработанного ПО на тестовых

примерах, приведен практический пример.

- Разработанное математическое и программное обеспечение поставленной задачи позволяет получать решения, отличающиеся по качеству от других известных алгоритмов в среднем на 2,26%, а также снизить транспортные расходы предприятия в среднем на 10–14%.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Venkatesan S. R., Logendran D., Chandramonah D.** Optimization of capacitated vehicle routing problem using PSO // International Journal of Engineering Science and Technology (IJEST). – 2011. – V 3. – N 10. – P. 7469-7477.
2. **Gendreau M., Iori M., Laporte G., Martello S.** A tabu search algorithm for a routing and container loading problem // Transportation Science. – 2006. – V. 40. – N. 3. – P. 342-350
3. **Schmid Verena, Doerner Karl F., Laporte Gilbert.** Rich Routing Problems Arising in Supply Chain Management // European Journal of Operational Research. – 2013. – V 224. – N 3. – P. 435-448.
4. **Ramalingam A., Vivekanandan K.** Genetic Algorithm based Solution Model for Multi-Depot Vehicle Routing Problem with Time Windows // International Journal of Advanced Research in Computer and Communication Engineering. – 2014. – V 3. – N. 11. – P. 8433-8439.
5. **Archetti C., Hertz A., Speranza M. G.** A tabu search algorithm for the split delivery vehicle routing problem // Transportation Science. – 2006. – N 40. – P. 64-73.
6. **Aby K Abraham, Bobin Cherian Jos, Georgekutty S Mangalathu.** The Pickup And Delivery Vehicle Routing Problem For Perishable Goods In Air-Cargo Industry // International Journal of Emerging Technology and Advanced Engineering. – 2012. – V 2. – N 12. – P. 790-794.
7. **Кини Р. Л., Райфа Х.** Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
8. **Guntch M. and Middendorf M.** Applying Population Based ACO to Dynamic Optimization Problems: Proc. 3rd Int. Workshop (ANTS 2002), Lecture Notes in Computer Science, vol., 2463, Springer, Berlin, PP. 11-122.
9. **Валеева А. Ф., Гончарова Ю. А., Валеев Р. С.** Задачи маршрутизации при транспортировке: обзор моделей, методов и алгоритмов // Логистика и управление цепями поставок. – 2019. – №4 (93). – Ч. 1. – С. 74-89
10. **Юсупова Н. И., Валеева А. Ф., Рассадникова Е. Ю., Латыпов И. М., Кошечев И. С.** Многокритериальная задача доставки грузов различным потребителям // Логистика и управление цепями поставок. 2011. № 5 (46). С. 60-81.

#### ОБ АВТОРАХ

**ВАЛЕЕВА Аида Фаритовна**, д.т.н., профессор кафедры вычислительной математики и кибернетики, факультет информатики и робототехники, Уфимский государственный авиационный технический университет.

**ГОНЧАРОВА Юлия**, к.т.н., инженер-программист научно-производственного центра «ГеоТэк».

#### METADATA

**Title:** About one vehicle routing problem for cargo delivery to various customers

**Authors:** A.F. Valeeva<sup>1</sup>, Y.A. Goncharova<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

<sup>2</sup> Research and Production Center «GeoTek», Russia.

**Email:** <sup>1</sup>aida\_val2004@mail.ru, <sup>2</sup>yuliagonch@mail.ru

**Language:** Russian

**Source:** SIIT (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), vol. 2, no. 1 (3), pp. 60-66, 2020. ISSN 2686-7044 (Online), ISSN 2658-5014 (Print).

**Abstract:** Due to an increased volume of cargo transportations the development of the mathematical and software for resolving the routing problems is being actual, whereas the objective is costs reduction when cargo is delivered to customers. The mathematical models of various routing problems' classes are given: with account to a transport vehicle's carrying capacity (TV); with the time windows; with split delivery; with back-hauls; with satellite facilities. The problem of cargo's homogeneous delivery to various customers is considered in the paper, which is significant component in supply chain. Herewith, the algorithms of its determination and numerical experiments, which verify the efficiency of the proposed approach are represented.

**Key words:** Vehicle routing problems, 3D Packing problems, uniform load, Ant Colony algorithm.

#### About authors:

**Valeeva, Aida Faritovna**, Doctor of Tech.Sc., Professor Department of Computational Mathematics and Cybernetics, Faculty of Informatics and Robotics

Ufa State Aviation Technical University (Ufa, Russia).

**Goncharova, Yulia**, Cand.of Tech.Sc., Software engineer Research and Production Center «GeoTek» (Ufa, Russia).